Goûter Maths

Focus Physique

Tome 2

Eva Corot

ISBN : 9798286949793
Version de Mai 2026

Goûter Maths

Eva Corot

Focus Physique

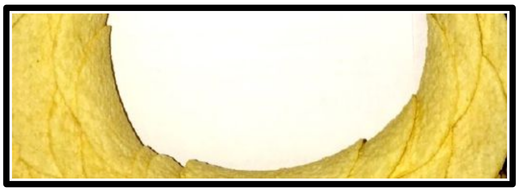
Volume 2

Sommaire

Sommaire Sciences en image

Mécanique - Structures

1- Flexicube qui rit : Un cube farci qui a plus d'un tour dans son sac !



2- Structure de chips : Chips comme brique de construction solides grâce à leur double courbure.

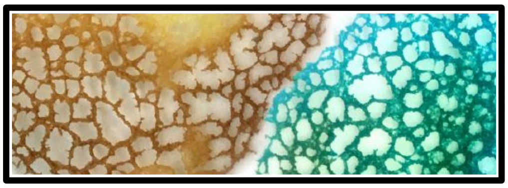
3- Tarte auxétique, coefficient de poisson négatif

4- Tenségrité, montez pour construire en hauteur.

5- Morphogenèse : transformation en 3D, bilame.

Mécanique des fluides


6- Bulle immortelle Bulle armurée qui est stable


7- Tuile de Plateau : Des bulles au carré


8- Message en bulles éphémères


9- Crêpes comme cousues au miel : Des crêpes comme cousues !

Ondes – Musique

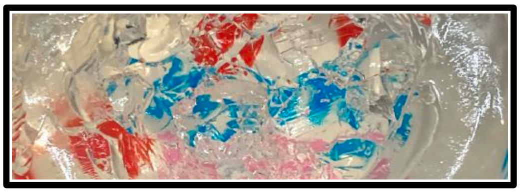

10- Gâteau musical : Vive le vent à manger.


11- Verres chantants


12- Piano effervescent dual – Rice Krispies mélodique Piano effervescent dual

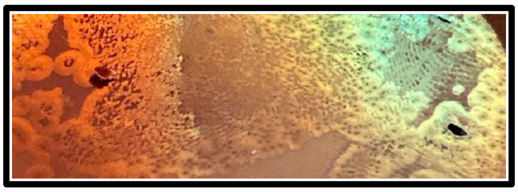
Ondes - Optique

13- Tarte optique : Vérification de la loi de Descartes Fresnel avec un gâteau et optimisation.

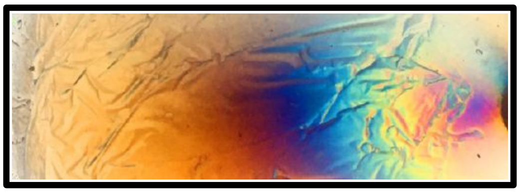


14- Thé au message secret évanesçant. Le message secret se révèle.

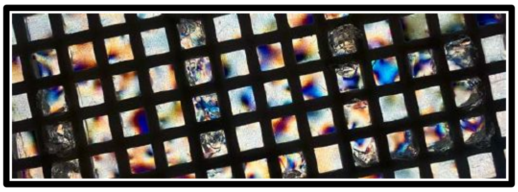
15- Gâteau surprise fluorescent et autres billards.



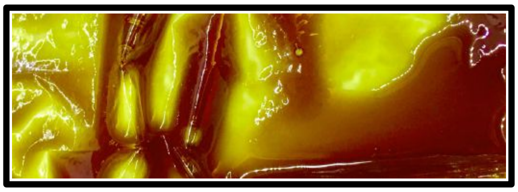
16- Chocolat holographique : ou viande de licorne ?



17- Gâteau sous contraintes : Il change de couleur quand on le mange.



18- Délicieux écran à cristaux liquides.

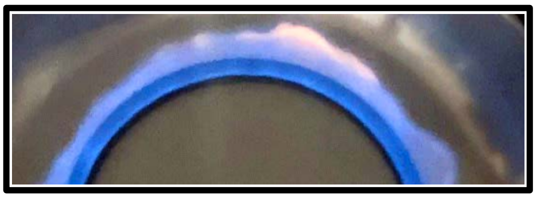


19- Non linéarité de l'exponentielle => gâteau dichromatique aux graines de citrouille.

20- Un atto-pic franco-suédois

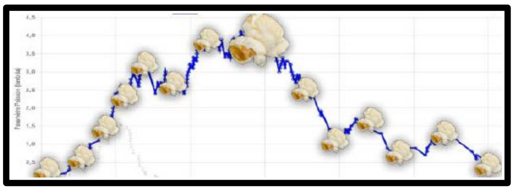
Chaleur

21- L'équation de la chaleur pour une glace au four : Préparation d'une glace au four



22- Réchaud à fondue original Pour un nouveau moteur

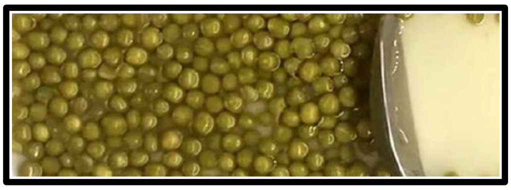
Entropie – Phases - Aléa


23- Loi du popcorn


24- Des gâteaux irréversibles. Peut-on défaire un mélange ? décuire un gâteau ?

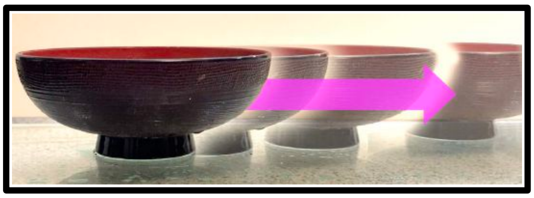

25- Les spaghettis d'Hugo : Et si on avait des spaghettis super-fluides ?


26- Éponge lactée : Un gâteau qui imbibe par percolation


27- Petits pois &co plastiques et élastiques

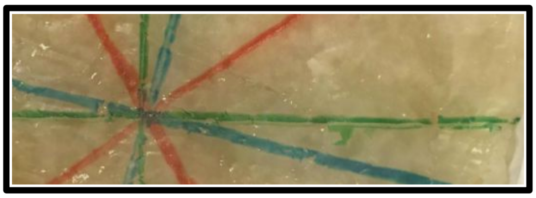
Dynamique


28 - Gâteau à sens unique :


29 – Plats fantômes dansant


30- La cerise sur le gâteau qui tourne
Potentiel pour piégeage

Divers



31- Espace temps : Loukoum de Lorentz : Une transformation continue de l'espace temps avec un loukoum.

32- Soupe quantique façon Broglie

33- Divers du Québec

34- Électromagnétisme

Encore un peu de Maths

35- Matrices

36- Mikados de Ramsey

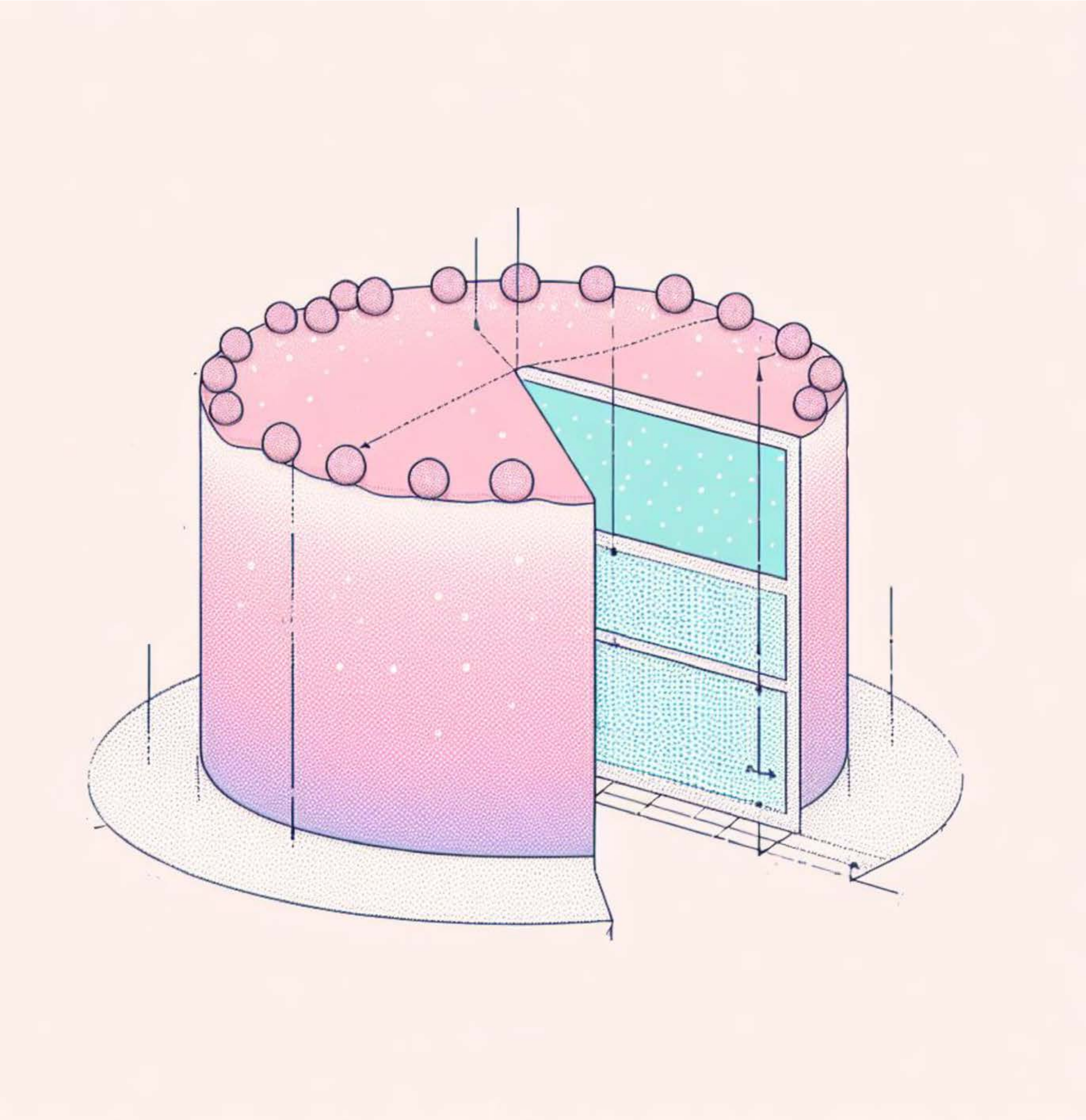
37- Cigare plat au plat pas plat

38 Gâteau strobostopocopique

39- Bavarois à 3 faces

40- Galette en système

41 –Secousses, émergence d'haricots



Michel Mayor
Membre de l'Observatoire de Genève et professeur honoraire à l'Université de Genève, il découvre, avec Didier Queloz, la première planète extrasolaire en 1995 et obtient le Prix Nobel de physique en 2019.

Pierre-Gilles de Gennes
Prix Nobel de physique en 1991 intervenant à l'université devenue l'Université Paris-Saclay, au Collège de France et à l'ESPCI où il a créé l'Espace des Sciences ESPGG.

Préface de Michel Mayor

Ah, je suis certain que ce livre aurait fait les délices de Pierre-Gilles de Gennes. Ce scientifique, grand maître de la matière molle, pédagogue génial qui nous a appris à regarder la nature pour y découvrir le charme caché de la physique.

Eva Corot et ces goûters maths se situe dans cette démarche. Non seulement elle aiguise notre curiosité mais aussi nos papilles gustatives.

Je ne sais si vous ressentez le même plaisir que j'éprouve lors d'une promenade dans la nature et qu'un phénomène inhabituel apparait. Et les occasions ne manquent pas : aurores boréales, piliers de lumière, halos divers, flash vert au coucher du soleil, le mascaret et tant d'autres. Ah quel plaisir avons-nous à comprendre leur origine.

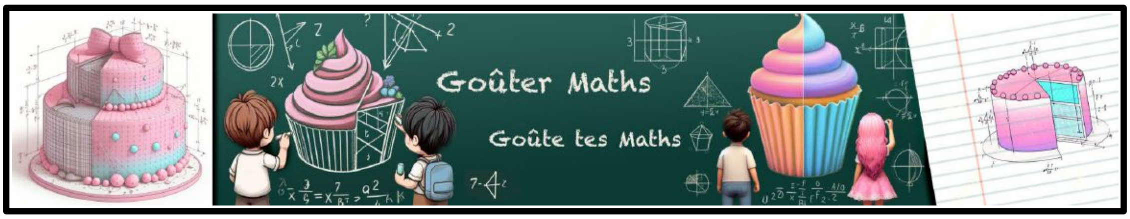
Et encore : Les cycles climatiques imposés au climat terrestre qui ont modulé la sédimentation des roches. Lors d'une marche, amusez-vous à rêver, au vu des mille-feuilles géologiques et découvrir les signatures possibles des cycles de Milankovitch.

Je ressens le même plaisir à découvrir l'optique culinaire d'Eva … et que dire du cornichon mariné au sel comme source de plasma !

Ce plaisir qui trouve son origine dans ce moteur merveilleux qu'est la *curiosité* humaine vous le découvrirez dans le traité culinaire d'Eva.

Émerveillez-vous.

A consommer sans modération.



A propos

Ce livre est le Volume 2 avec de nouvelles recettes dont plusieurs sont très originales. L'accent est mis sur la physique avec de nombreuses recettes qui y font référence. Les volumes sont indépendants.

Rappel du volume 1

Présentation

Les Goûter Maths : un projet créatif et ludique pour célébrer l'alliance des mathématiques (théoriques ou appliqués) et de la cuisine. Nous vous invitons à plonger dans un univers où la gourmandise et les formules se rencontrent pour créer une expérience unique. Avec une fourchette, des oranges et de la levure, mélangez les ingrédients et laissez libre cours à votre créativité. Tamisez, incorporez et malaxez pour obtenir un savoureux résultat. Ce n'est pas une simple recette, mais un véritable projet novateur qui mêle les maths, la physique, les sciences et les mets délicieux.

Les goûters-maths prennent comme prétexte un goûter pour parler de maths, ou bien prennent le prétexte de parler de maths pour organiser un goûter. Cela dépend du point de vue et des séances. Il est parfois aussi utile de stimuler tous ses sens pour bien se rendre compte de phénomènes, de propriétés, de modèles, et de confronter ses résultats à l'expérience car un résultat peut parfois être contre-intuitif ou nécessiter une bonne perception en 3D, etc.

Rejoignez-nous pour une expérience gourmande et intellectuelle, explorez l'alliance fascinante entre cuisine et mathématiques, et contribuez à en faire un domaine ouvert à tous.

Ambition

Cet ouvrage a pour ambition première d'offrir des pistes ludiques pour s'amuser en cuisine grâce aux mathématiques. Son objectif est de stimuler votre créativité et de faire de la cuisine un terrain d'exploration où l'on peut jouer avec les concepts mathématiques et les rendre accessibles à tous.

L'ambition secondaire est d'éclairer certaines notions mathématiques, ou plutôt, de suggérer des pistes pour en adopter un regard nouveau. À vous ensuite d'expérimenter par vous-même ! C'est en cuisinant, à travers l'expérience, que vous serez amené à vous interroger, et les réponses que vous trouverez par vous-même vous procureront une véritable satisfaction.

C’est pourquoi j’ai choisi de présenter les photos de toutes mes réalisations, y compris les premières versions. Certaines recettes auraient pu être affinées ou mieux exécutées avec de l’expérience, mais j’ai voulu vous montrer ce que vous pouvez obtenir dès un premier essai. Lorsque nécessaire, un paragraphe « conseil de cuisine » met en avant les points de vigilance. J’espère que certains d’entre vous reprendront ces pistes pour les approfondir encore davantage. Si vous êtes habile, expérimenté ou patient, vos résultats seront d’autant plus impressionnants.

Les concepts mathématiques sont abordés, mais seuls les liens avec la cuisine sont soulignés, comme un rappel de notions que vous connaissez peut-être déjà ou pour éveiller votre curiosité si ce n’est pas le cas. Cependant, ce n’est pas un cours. L’ouvrage n’a ni l’ambition ni la rigueur d’un cours afin de se concentrer sur les points d’originalité. Néanmoins, les erreurs signalées seront corrigées avec les mises à jour en temps réel de cette édition imprimée à la demande.

Historique

Ce livre regroupe les Goûters Maths que j’ai organisés au cours des deux dernières années, à diverses occasions. Il s’agit en quelque sorte de comptes rendus de ces événements. Ces goûters ont eu lieu aussi bien de manière hebdomadaire lors des pauses goûter, pour ponctuer de longues sessions de cours de mathématiques, que lors de pauses café plus traditionnelles, ce qui concerne environ la moitié des chapitres. Ils ont aussi eu lieu lorsque j’ai été invité à divers événements, où il était apprécié d’apporter quelque chose. C’était l’occasion idéale pour proposer un goûter original, avec une touche mathématique, pour agrémenter une soirée, un anniversaire ou tout autre événement entre amis, voire à plus grande échelle.

Toutes ces occasions sont parfaites pour susciter la réflexion autour d’un goûter. Plutôt que de discuter de la pluie et du beau temps, de politique, ou de partager le nième gâteau au chocolat, pourquoi ne pas envisager une perspective mathématique ?

Ces exemples sont là pour vous inspirer dans l’organisation de tels goûters à votre tour.

Je tiens donc tout de suite à remercier mes professeurs qui m'ont encouragée à poursuivre ce travail en me permettant d'intervenir presque chaque semaine lors de pauses de 5 minutes... qui se prolongeaient bien souvent en un quart d'heure insolite – voire plus – pour raconter de petites histoires mathématiques autour d'un goûter.

À qui est destiné ce livre ?

Ce livre s'adresse à tous ceux qui aiment les mathématiques ou qui apprécient la cuisine, que ce soit pour la préparer ou pour la déguster, donc à chacun d'entre nous. Pour les jeunes, c'est un ouvrage que j'aurais aimé trouver dans les CDI des collèges et des lycées, dans les clubs de maths, ainsi que dans les bibliothèques, afin d'ouvrir de nouvelles perspectives à tous, sans viser uniquement les amateurs de gastronomie ou de sciences.

Pour ceux qui travaillent dans le domaine des sciences et des mathématiques, peut-être de manière plus professionnelle, j'espère que ce livre leur permettra de proposer un plat illustrant leur domaine d'expertise et leur activité, tout comme je l'ai fait en donnant quelques pistes pour changer, par exemple, du sempiternel café préparé par percolation, qui n'évoque rien aux plus jeunes d'entre nous.

Pour ceux qui pratiquent la cuisine et souhaitent partager des émotions, les mathématiques doivent être intégrées à l'éventail des moyens permettant de susciter des émotions positives et de l'émerveillement. Elles sont particulièrement adaptées à la cuisine, car il s'agit ici d'amour.

Ce que vous trouverez dans ce livre

Ce livre contient notamment :
• Des applications interactives pour vous permettre de jouer, découvrir et expérimenter par vous-même.
• Des simulations interactives numériques accessibles via des liens QR-code.
• Des liens vers des contenus et des vidéos originaux, également accessibles via des liens QR-code.
• Des recettes de cuisine.
• Des conseils, avec des astuces et des points de vigilance pour la cuisine.
• Des équations et des démonstrations mathématiques pour approfondir les concepts tout au long des chapitres.
• Également accessibles via des liens extérieurs via QR-code :
• Des livres qui m'ont inspiré et qui devraient vous inspirer.
• Des pages internet, des articles, et surtout des vidéos YouTube en français et parfois en anglais.
• Des recettes et des liens pour se procurer les ingrédients les plus rares.
• Quelques autres liens vers des manifestations et des spectacles inspirants.

En somme, ce livre propose plus d'une centaine de références externes pour enrichir votre expérience et votre apprentissage.

Καλος καγαθος

À chaque goûter, une recette qui satisfait non seulement le corps, mais aussi l'esprit, avec un petit calcul ou une formule. Nous unissons ainsi le physique et le mental. En grec, cela se nomme 'Kalos Kagathos'.

La gastronomie, un sujet plus féminin que les mathématiques ?

La question de savoir si la gastronomie est un sujet plus féminin que les mathématiques est sujette à débat. Il est bien connu que les femmes sont sous-représentées parmi les mathématiciens, un déséquilibre qui s'est encore accentué depuis la réforme du Baccalauréat en 2020, avec de moins en moins de jeunes filles choisissant des options telles que les mathématiques, les mathématiques expertes, la physique ou l'informatique au lycée. Des initiatives de promotion des mathématiques exclusivement réservées aux femmes ont été mises en place, avec des quotas dans les entreprises et les jurys. Cependant, une approche différente peut être complémentaire, en intégrant des thématiques culturellement perçues comme plus féminines, telles que la cuisine, pour susciter l'intérêt et sensibiliser les femmes aux mathématiques. L'abstraction mathématique peut être attrayante, par exemple, pour celles et ceux qui étaient initialement intéressés par la cuisine. Les idées et les abstractions que l'on peut tirer d'un plat peuvent attirer de manière connexe celles et ceux qui étaient d'abord attirés par la nourriture. On peut rêver du jour où, au moment de choisir une option en mathématiques, les adolescents sauront que les cours de maths incluent des goûters mathématiques, ce qui peut être un élément d'attrait au moment de choisir une option en seconde, tout comme les voyages scolaires en Grèce ou en Italie motivent l'inscription aux cours de latin ou de grec. Même si cette approche n'est pas garantie de succès, elle mérite d'être tentée, car il y a encore trop peu de jeunes filles qui se sentent concernées par les mathématiques. Dans ma classe, nous ne sommes qu'environ trois filles parmi les vingt premiers, et les proportions dans les rangs supérieurs des divers concours tels que le Concours Kangourou ou les Olympiades de mathématiques sont sensiblement les mêmes. Rêvons d'accroître le nombre d'étudiantes et d'étudiants s'engageant dans des études longues en mathématiques. Pour ma part, je serais ravie de découvrir un livre utilisant la mode vestimentaire comme prétexte pour parler de mathématiques au-delà du tricot hyperbolique et des écharpes de Möbius. Ainsi, un effet secondaire positif de ce livre serait de susciter de nouvelles vocations.

Ce que ce livre n'est pas

Ce livre n'explique pas la cuisine ou la gastronomie au moyen des maths, des sciences ou de la chimie. Des liens seront donnés pour cela dans le livre ici ou là, même si je peux d'ores et déjà par exemple vous renvoyer aux travaux d'Hervé This. Encore une fois, il s'agit de donner à voir, à faire et à s'amuser en cuisine pour quelqu'un qui aime les maths, ou à donner un terrain de jeux mathématique à quelqu'un qui aime la cuisine. Ce n'est pas non plus un cours de maths, ni un plan de métro.

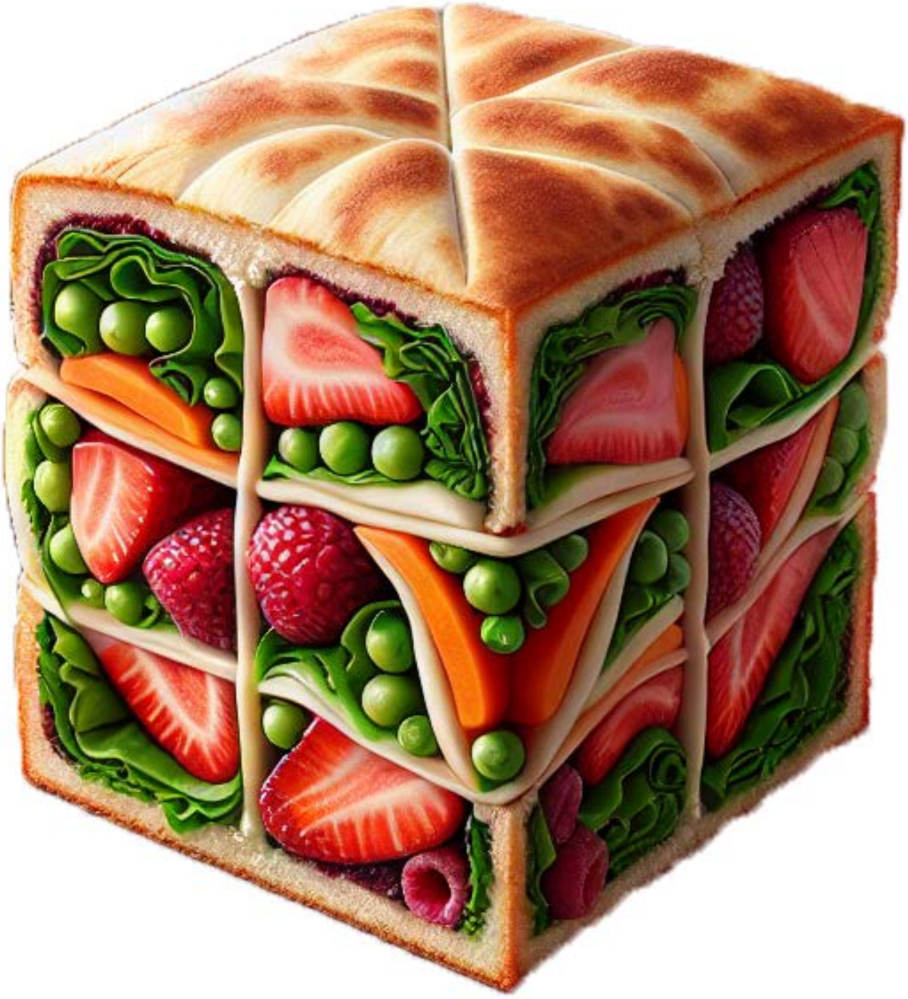
Eva Corot, Mathépâtissière

Poursuivre au-delà de ce livre

Pour continuer au-delà de ce livre, vous pouvez visiter le site (https://corot.top/maths , ou les réseaux sociaux et surtout la newsletter pour rester en contact. La newsletter vise à vous envoyer un maximum de 6 courriels par an pour vous donner des nouvelles, et je m'engage à ne partager votre adresse e-mail avec personne d'autre.
Pour vous inscrire à la newsletter, veuillez suivre le lien d'inscription :

Sur les réseaux sociaux, vous pourrez trouver des compléments actualisés sur le thème :
Web : corot.top/maths
Linked-in : Eva Corot
Youtube : @goutersciences
X(twitter) : @Astropantheon
Bluesky : @eva.corot.top
Instagram : @snack_and_maths

Dans la même collection, vous pourrez retrouver :
Goûter-Maths - Volume 1
Goûter-Maths - Volume 3 : focus Géosciences (prochainement)
Le cahier d'activités Goûter-Maths 1



1 - Flexicube qui rit

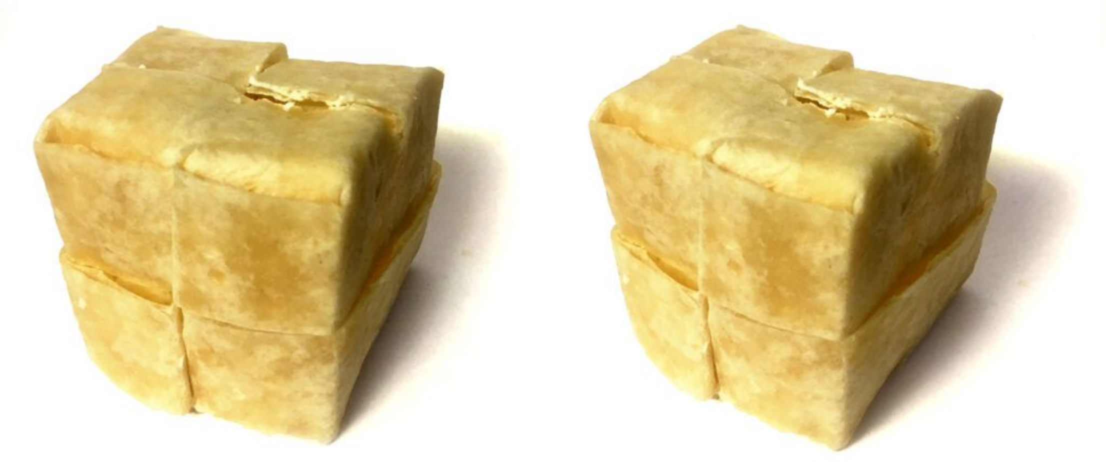
Voici le patron à découper dans un grand wrap de 32 cm de diamètre, le tout en une seule pièce : (le côté d’un petit carré fait 3 cm, et le cube final a un côté de 6 cm).






Remplissez de fromage type *Vache Kiri*, ce qui aura également pour effet de maintenir les languettes bien en place.

En 3D :



Une fois la pièce assemblée, il y a suffisamment de place à l’intérieur du cube pour y insérer une autre pièce identique. Cela consolidera la structure et apportera une saveur supplémentaire, que l’on pourra mettre en valeur à l’extérieur ou à l’intérieur.

Conseil cuisine :

2 grandes feuilles de wrap d’environ 32 cm de diamètre, 4 carrés de fromage Kiri, de l’avocat et du saumon.

Inspiration :

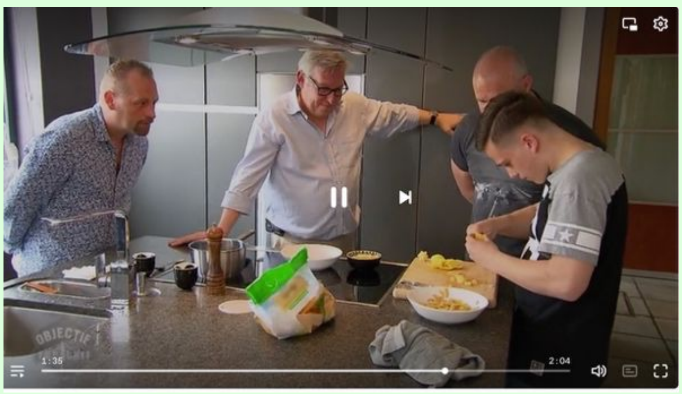
Vi Hart a proposé des tacos en flex-gone-mex, avec une face guacamole, une face riz et une face haricots.... (4e vidéo de la playlist où mène le QR code ci-dessous)

Dodécaèdre rhombique étoilé

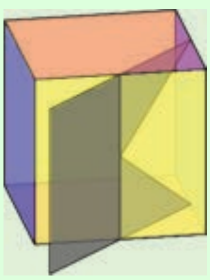
C’est la forme obtenue à l’intérieur du Cube de Yoshimoto (découvert en 1971). En cuisine, on l’appelle Diamant. Voici une telle pomme de terre :

Inspiration :

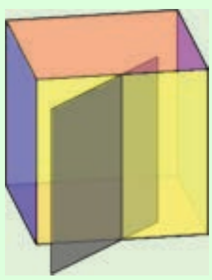
La *Pomme Diamant* vue dans *Top Chef* (M6, 2013) avec Philippe Etchebest et ailleurs. Mais attention, le geste n’est pas le bon. Pour chacune des 4 x 6 = 24 fentes, il ne faut en réalité trancher que les extrémités des coins correspondants.



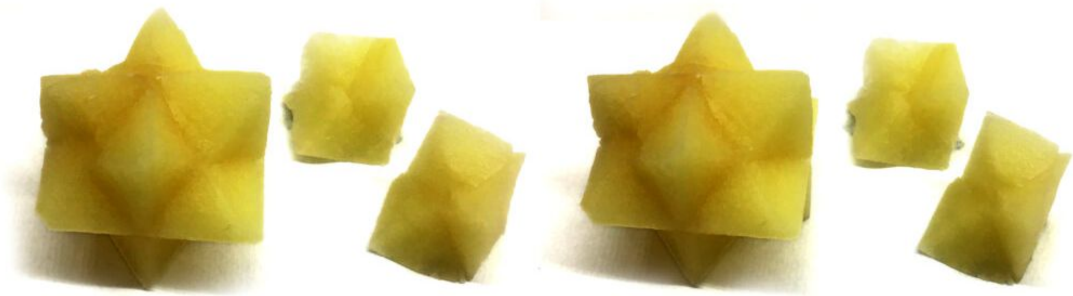
Bonne fente acceptable :

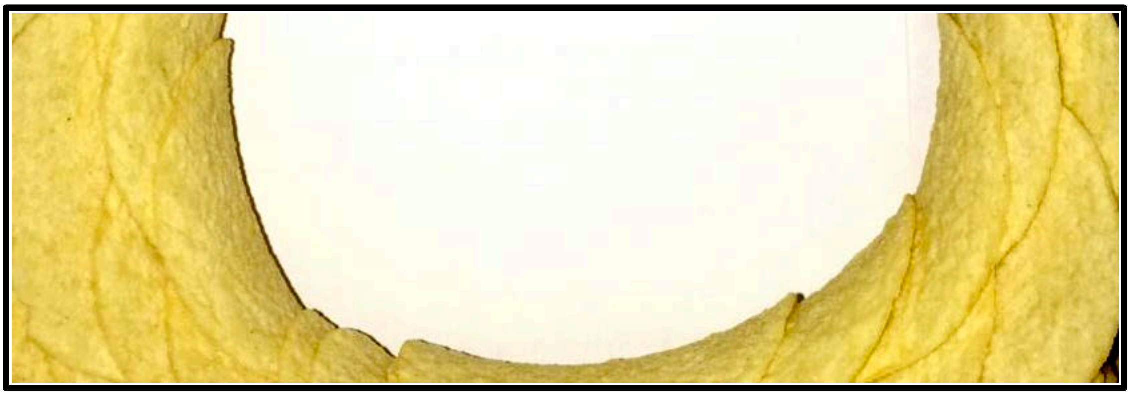


Mauvaise fente :



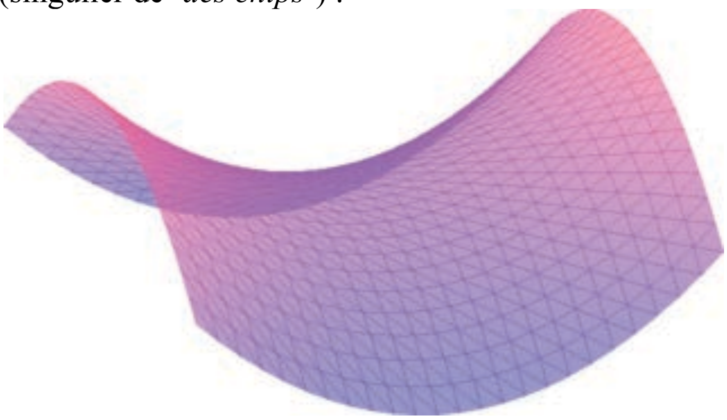
En 3D :





2- Structure de chips

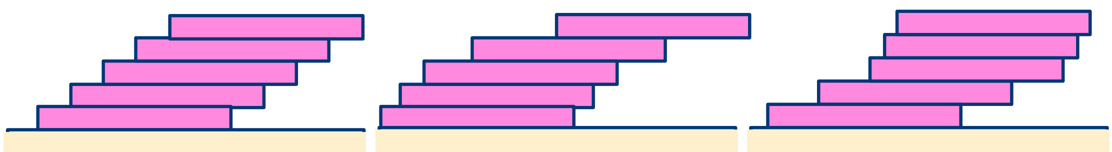
Voici un *chip* (singulier de ‘*des chips*’) :



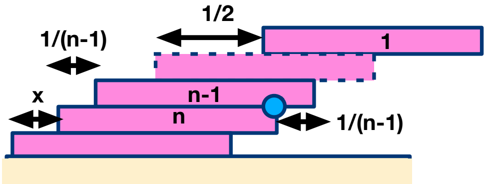
Remarque : La chip au sommet n’est pas une clé de voûte dans notre construction, c’est-à-dire que sans elle, la structure tient.

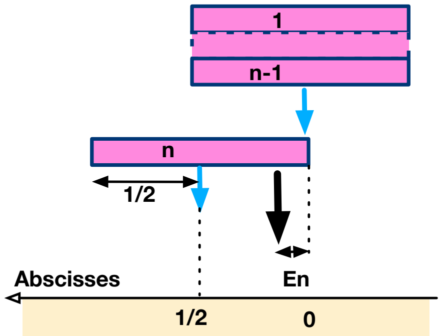
Voici un problème plus simple, analogue à notre problème de construction de tore en utilisant le moins de chips. Il s’agit d’empiler des briques pour obtenir un surplomb le plus grand possible, tout en utilisant le moins d’éléments.

Voici trois tentatives d'empilement. Selon vous, lequel est le meilleur ?



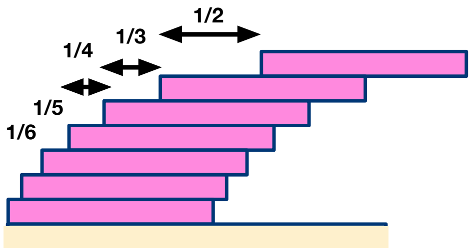
Étudions l'empilement par le dessous, c'est-à-dire que nous allons analyser la récurrence en plaçant les briques successivement sous la précédente. La deuxième brique doit être positionnée sous la première, de sorte que le centre de gravité de l'ensemble supérieur se trouve à l'extrémité de la deuxième. Ensuite, on place la troisième brique en dessous, de manière à ce que le centre de gravité des deux premières briques se trouve à l'extrémité de la troisième, et ainsi de suite. Soit $P0$ la position de la première brique, située tout en haut.





On fait l'hypothèse que les n−1 briques du dessus ont leur centre de gravité à l'abscisse du point bleu mentionné ci-dessus. Si l'on ajoute la n-ième brique en dessous, il nous faut déterminer où se trouve le centre de gravité de l'ensemble. Cela revient à chercher l'abscisse de la résultante des poids (représentés par les forces bleues) de la dernière brique de rang n et de l'ensemble des briques précédentes, de rang 1 à n−1. On connaît les abscisses de ces deux forces bleues : l'une se situe à la moitié de la brique n, et l'autre au bord de la brique n−1. Leur barycentre est donné par :

$$\frac{(n-1)gramme \times 0cm + 1gramme \times (1/2)\ cm}{n} = \frac{1}{2n} = E_n$$



On trouve $D_n = \sum_{i=1}^{n} E_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$. On remarque que le surplomb peut tendre vers l'infini à mesure que le nombre de briques empilées augmente. En effet, si l'on regroupe les termes de la somme de la manière suivante :

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + ..$$

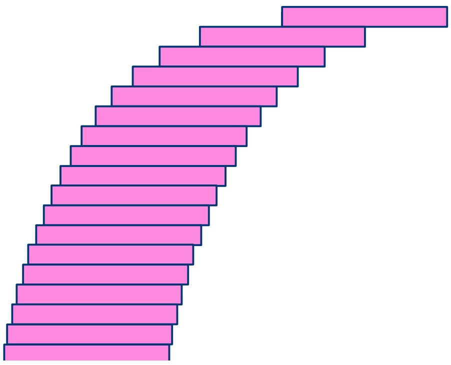
On remarque que chaque groupe est supérieur à ½ :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{1}{2}$$

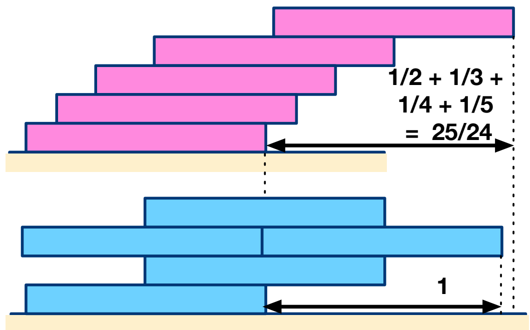
$$\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\cdots+\frac{1}{16}>\frac{1}{2}$$

Donc on somme un nombre infini de fois ½, ce qui tend vers l'infini. Par ailleurs chaque groupe a 2 termes, puis 4 termes, puis .. 2^k termes. Et tous les blocs sont approximativement ½. On a une croissance vers l'infini à la vitesse d'un logarithme. $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\sim ln(n)$. Voici ci-après à quoi devrait ressembler votre empilement.
Pour obtenir un surplomb de 1, il faut 5 briques. Voir le tableau ci-après.

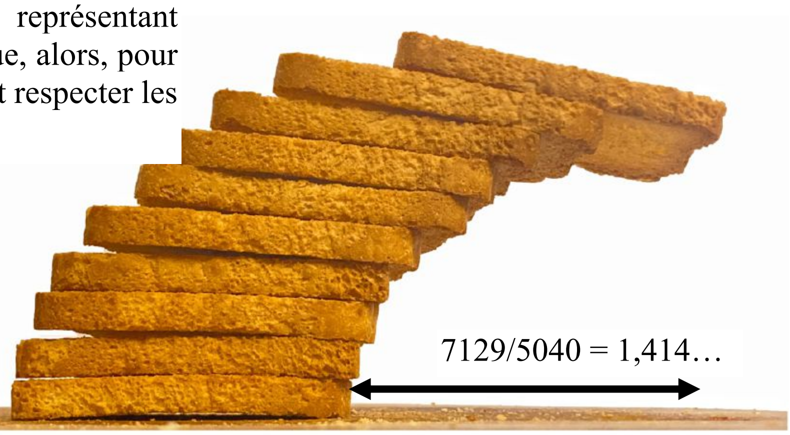


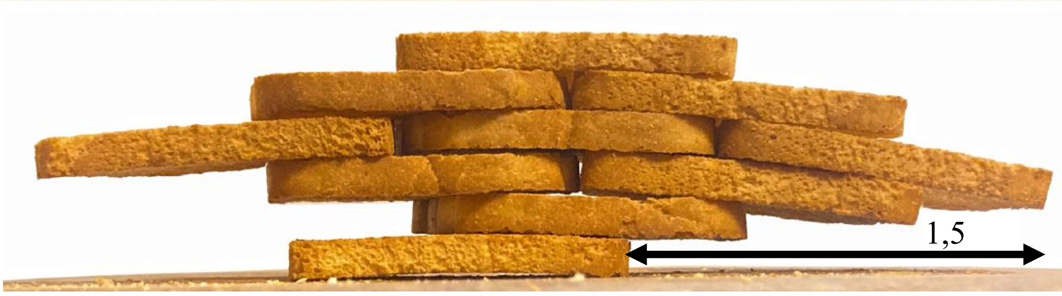
Nbre de briques	Surplomb
1	0
2	0,5
3	0,75
5	1,0..
20	1,773..
30	2
1000	3,7..
306487274	10 ,…

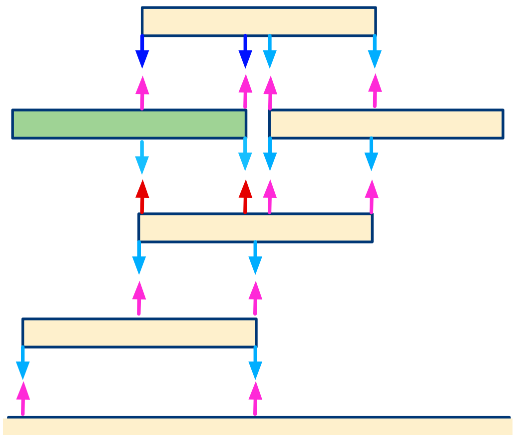
Mais peut-on faire mieux ? Oui ! Avec un empilement en forme de losange, on devient rapidement plus efficace. Avec 5 briques, cela n'est pas encore possible, mais avec 10 briques, on peut atteindre un surplomb de 1,5 au lieu de 1,4 avec un empilement symétrique en forme de losange (voir biscottes).

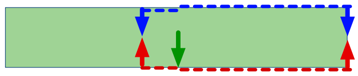


Pour étudier la stabilité d'un empilement, il faut que les briques ne tombent pas et ne basculent pas. Si l'on décompose le schéma en représentant les forces sur chaque brique, alors, pour chacune des briques, il faut respecter les trois conditions suivantes.









1) $\uparrow + \uparrow + \downarrow + \downarrow = 1$ $\sum Forces\ extérieures\ brique\ verte = Poids\ de\ la\ brique$

2) Le non basculement :

$(\downarrow \times \text{----}) + (\downarrow \times \text{--------------}) + (\uparrow \times \text{----}) + (\uparrow \times \text{--------------}) = 0$

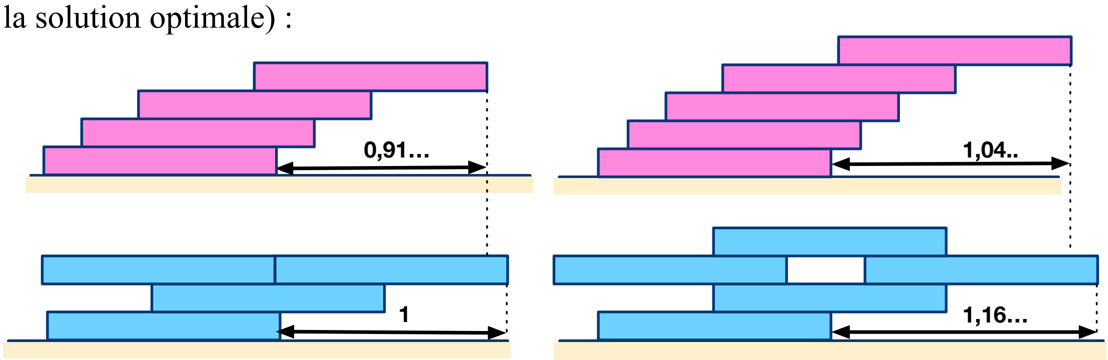
$\sum Moments = 0$, c'est-à-dire $\sum(Force\ \times\ Bras\ de\ levier) = 0$

3) que force soit positive dans le sens du dessin : $\downarrow \geq 0 \quad \uparrow \geq 0$

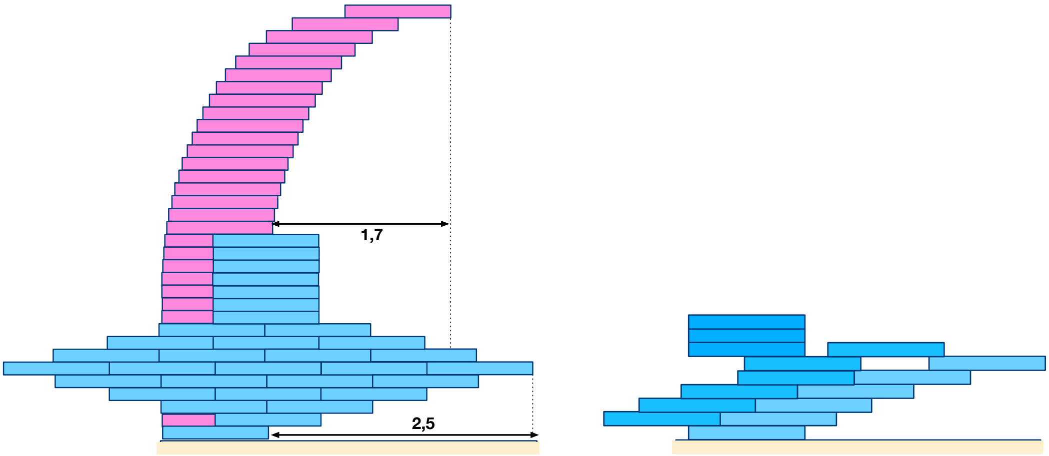
Ce qui donne un ensemble d'inégalités linéaires.

C'est en s'inspirant de la solution plane précédente en losange que nous avons construit le tore en chips.

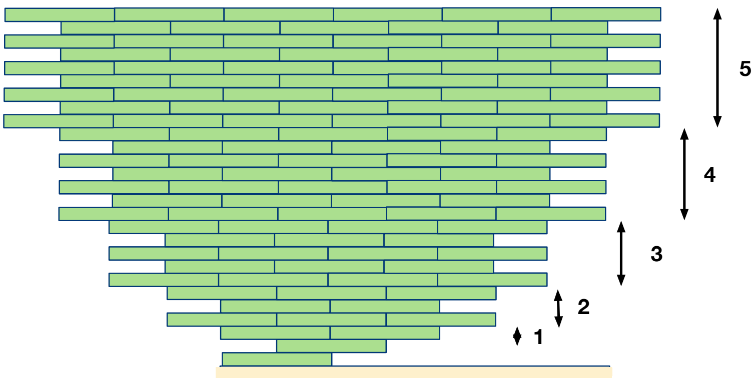
En fait, avec moins de 5 briques, on pouvait déjà faire mieux, comme ceci (en bleu, la solution optimale) :



La solution précédente avec un empilement en losange pouvait se généraliser à un plus grand nombre de briques (ci-dessous, deux solutions en rose et bleu avec 32 pièces). Cependant, il faut ajouter un poids au milieu, comme illustré ci-dessous, sans quoi les briques les plus extrêmes basculent et soulèvent la brique du haut au centre. Pour que l'équilibre soit stable, il faut étudier...



En réalité, les solutions optimales s'apparentent plutôt à la construction ci-dessus à droite, en forme de *'lampe à huile'*. Cependant, cela n'est pas facile à reproduire systématiquement. Un empilement hyperbolique, comme celui-ci, est plus simple.



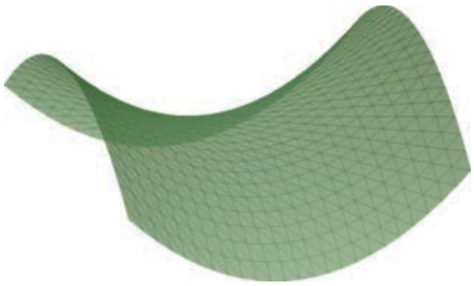
Dans cette construction, le nombre de blocs est...: $1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{3}$

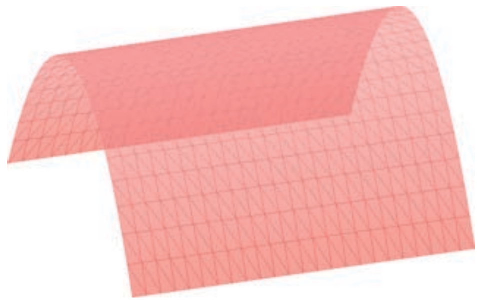
Et le surplomb est $\frac{n}{2}$. D'où un surplomb qui croit avec n comme $n^{\frac{1}{3}}$.
Ce qui est mieux que log(n) de notre premier empilement, et comme l'ont démontré *Mike Paterson*, *Uri Zwick* et leurs collègues, c'est le taux de croissance optimal.

Mais nos chips ne sont pas des briques plates.

Attention : il existe des chips en forme de tube en carton, mais elles n'ont pas la forme de selle de cheval des Pringles. Elles ont plutôt la forme d'une portion de cylindre. Elles ne sont donc courbées que dans une direction. Dans l'autre direction, non courbée, elles sont beaucoup plus fragiles et se cassent souvent le long de cette direction.

	Bonne chip	Mauvaise chip
Équation :	$z = x^2 - y^2$	$z = - y^2$





Fausse chips fragile.

Fausse chips cassée suivant un axe de fragilité.

Les photos sur les paquets ne sont pas fidèles à la forme à l'intérieur.

Les *Pringles* sont les chips soldes
et incurvées dans les deux directions.

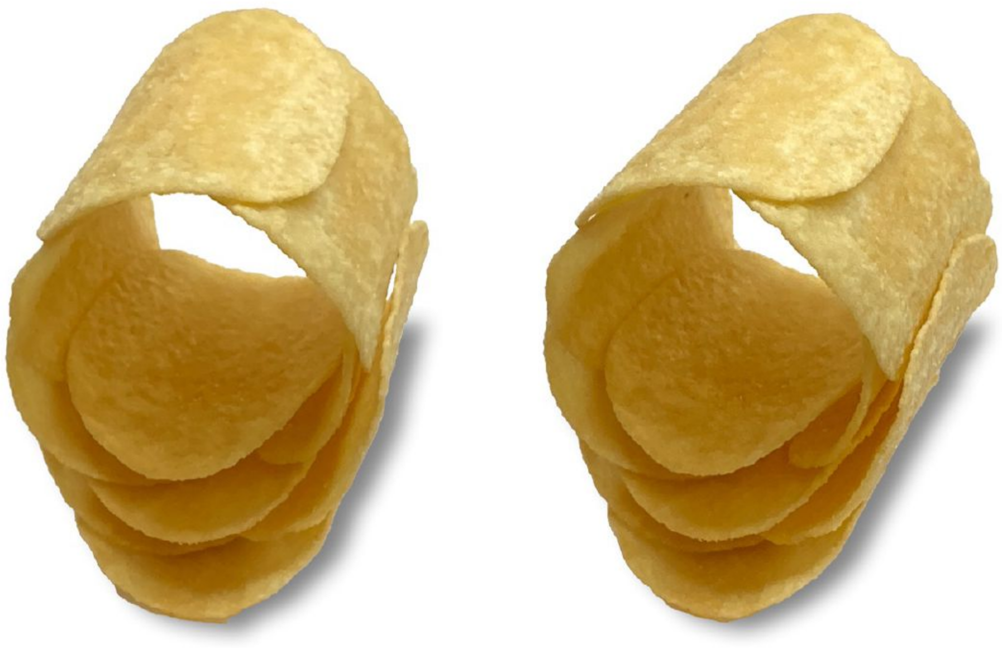
Les autres chips n’ont pas ont la bonne forme et la courbure que dans une seule direction.

Musée

Achetez vos propres chips, car à la Maison Poincaré de Paris, il y a bien une chip, mais elle est trop haute et inatteignable pour la toucher et sentir ses courbures. Cela vaut le coup de poser soi-même sa règle sur une chip. Il y a d'autres objets à manipuler, comme des ballons de foot, ceci dit.

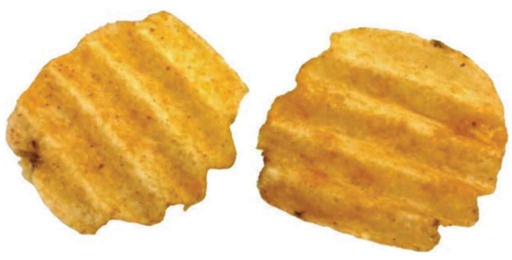
Comparez vos chips apéritives avec le vrai modèle et les autres, qui sont des morceaux de cylindre. Cela n'a rien à voir avec la vraie chip originale. Leur solidité est moindre de ce fait, ce qui a également des conséquences sur leurs empilements pour construire le morceau de tore ci-dessus.

Avec les fausses chips à courbure nulle, on peut construire de petits tunnels.

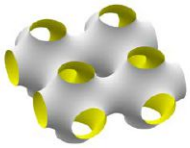


On trouve des chips plates ondulées. Dans un sens, elles sont plus rigides, mais dans l'autre, elles sont aussi fragiles que des chips non ondulées..

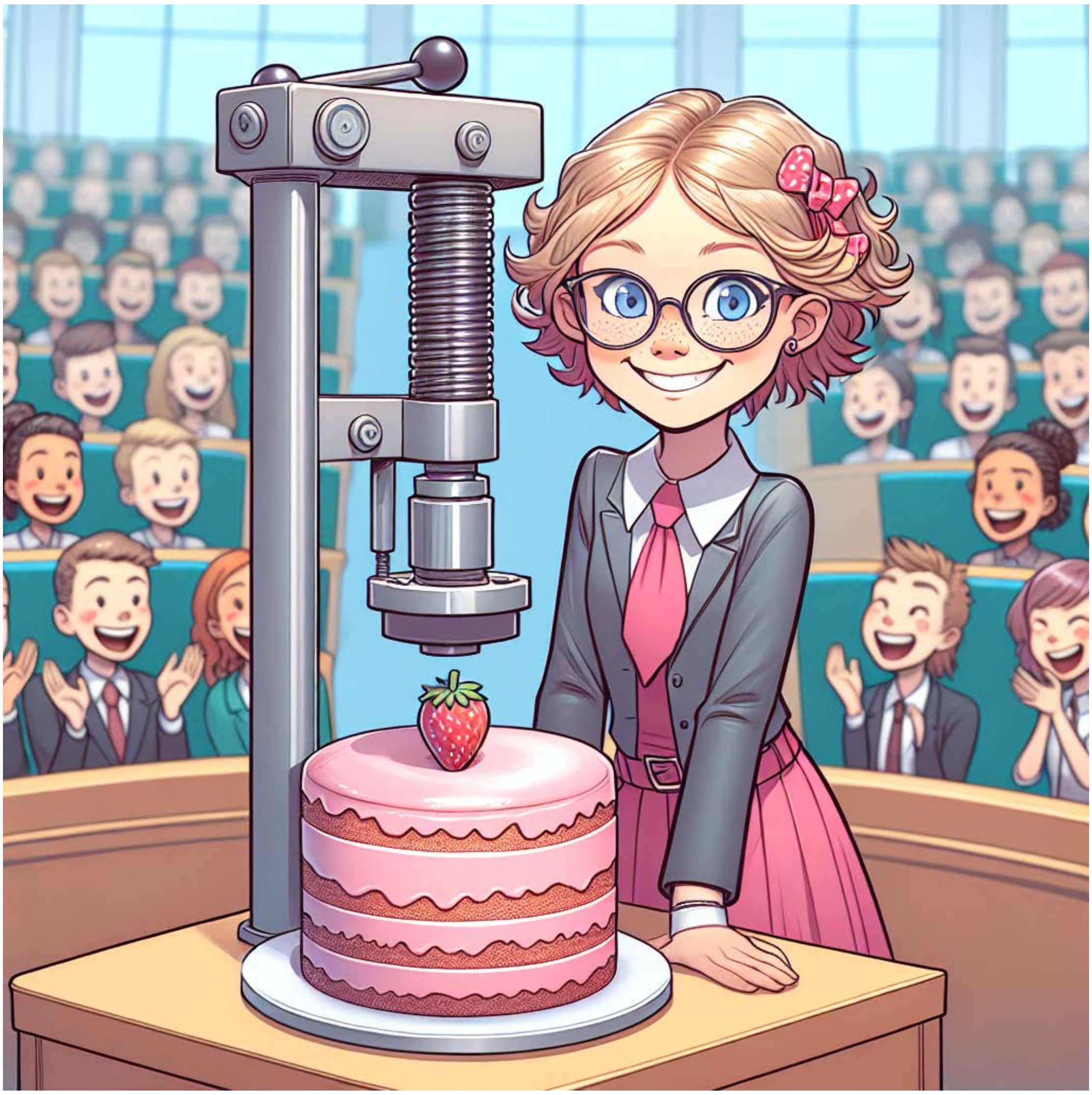
Voici un modèle :



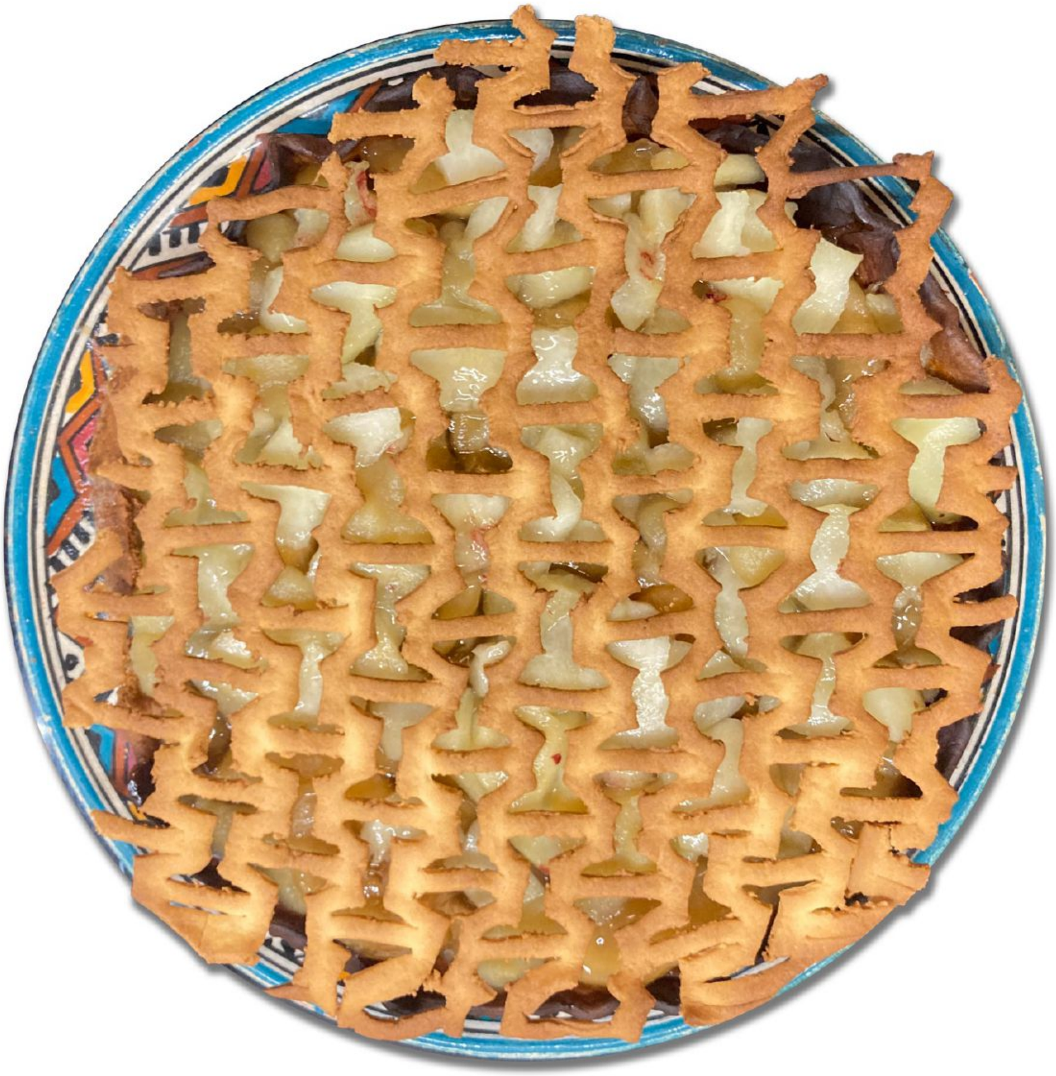
Mais si l'on assemble plusieurs de ces structures en forme de caténoïde pour paver l’espace, qu’obtient-on ? Une surface à courbure négative constante, appelée surface de Schwartz, difficile à imaginer, mais grâce aux chips, vous y parviendrez. Ces surfaces, qui possèdent également des propriétés de minimalité, ont de nombreuses applications en ingénierie, en architecture, en biologie, etc.



On peut aussi tordre localement notre caténoïde pour la transformer en hélicoïde..



3 - Tarte auxétique

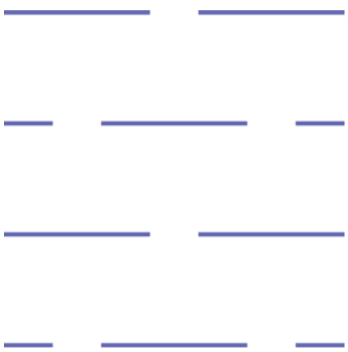


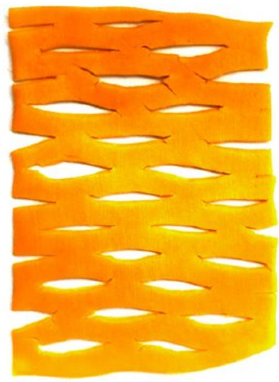
On réalise traditionnellement des losanges en pâte feuilletée pour la décoration, par exemple, des feuillantines comtoises. Pour les confectionner, on procède à des découpes selon le schéma ci-dessous, à l'aide d'un rouleau équipé de lames tranchantes. Ensuite, en tirant la pâte dans une direction, les losanges se forment. Lorsqu'on tire dans une direction σ et que la structure s'allonge de ε dans cette même direction, on parle de coefficient de Young positif $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_x}$.

Comme on étire la structure dans une direction pour ouvrir les losanges, elle se rétrécit dans la direction perpendiculaire. On dit que la structure a un coefficient de Poisson positif. Le coefficient de Poisson ν indique de combien la structure se rétrécit dans le sens perpendiculaire ε_y pour un allongement axial donné ε_x . $\nu = -\frac{d\varepsilon_y}{d\varepsilon_x}$.

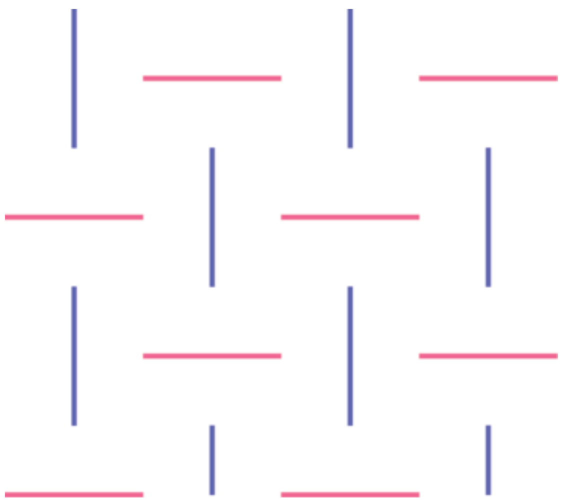
On a un signe moins dans cette formule, car en général, lorsqu'on allonge dans un sens, on rétrécit dans le sens perpendiculaire, de sorte que le volume (ou la surface) reste à peu près constant.

Losanges : (Poisson positif) ;

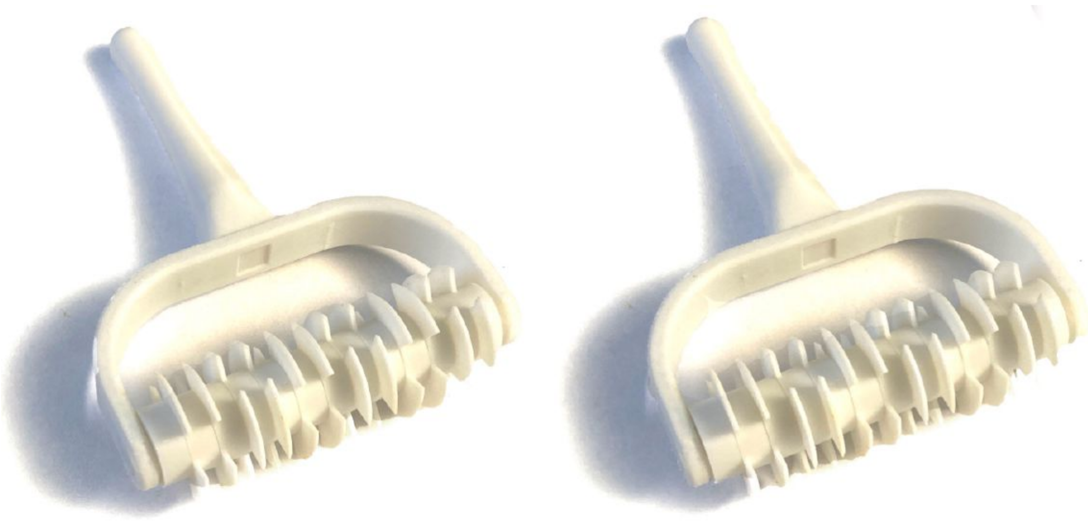


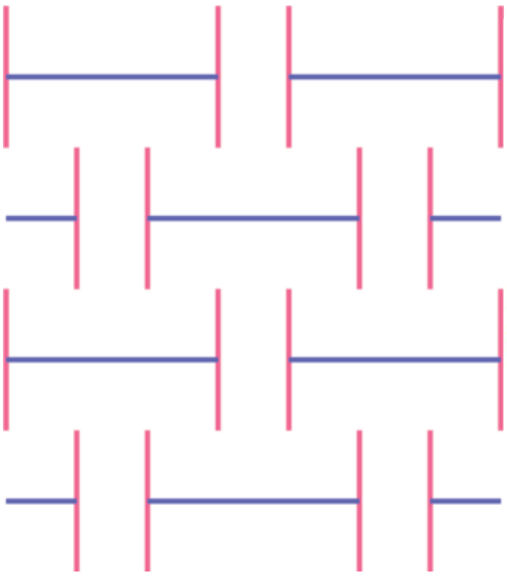


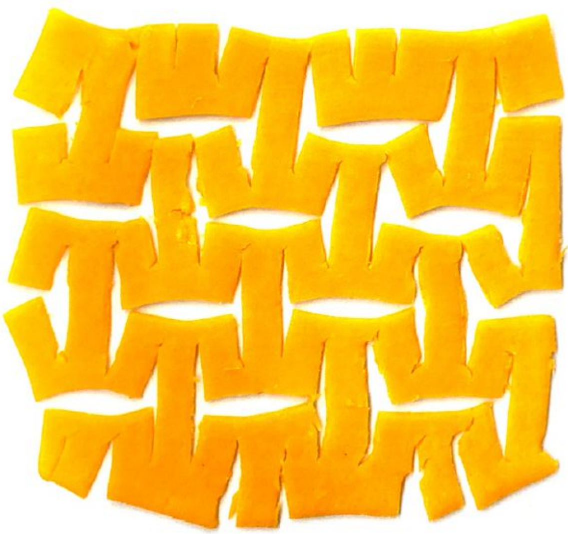
Voici un premier motif de découpe pour un Poisson négatif, ainsi que du papier cuisson froissé utilisé.



Continuons, on peut construire des structures avec un coefficient de Poisson négatif. On dit alors que le matériau est auxétique. Voici un exemple de découpe pour y parvenir. Pour cela, nous avons réordonné l'ordre des lames sur le rouleau afin d'obtenir les découpes roses sur le schéma ci-dessous.







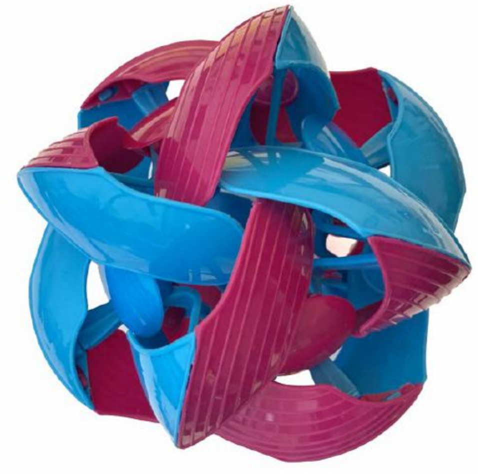
Mais une fois les découpes réalisées dans la pâte molle, comment procéder à l'étirement dans les deux directions ? Tout simplement en la plaçant sur un autre matériau auxétique pour la supporter avant de la déposer ou de la cuire. Le papier froissé présente également un coefficient de Poisson négatif.

Conseil cuisine
Découpez la pâte à l'aide d'un rouleau ou d'un couteau selon le schéma. Recouvrez de papier cuisson froissé. Placez un carton rigide sous la pâte et au-dessus, puis retournez l'ensemble. Découvrez et écartez le papier froissé pour le déplier. La pâte s'ouvre. Il est possible de répéter l'opération pour l'ouvrir davantage.

Les Américains appellent cela le kirigami, en référence aux origami qui permettent de transformer une forme plate en une troisième dimension. Cependant, le kirigami est un véritable mot utilisé en japonais, qui fait référence à un art du découpage, mais sans la notion de transformation de la forme.

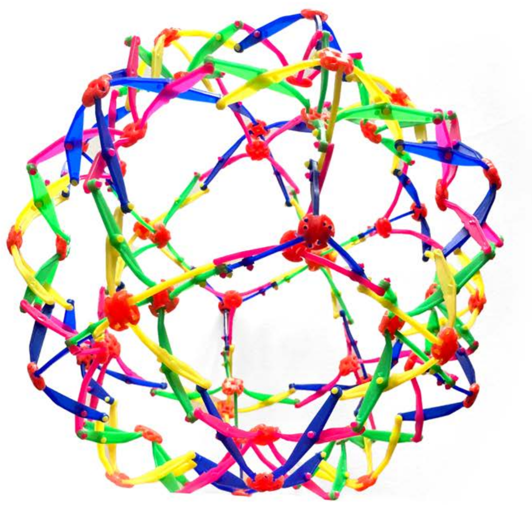
On trouve dans le commerce des tartes avec de vraies (à droite) ou fausses grilles (à gauche) appelées parfois *grilles* ou *couques* :

Autres objets à poisson négatif d’inspiration



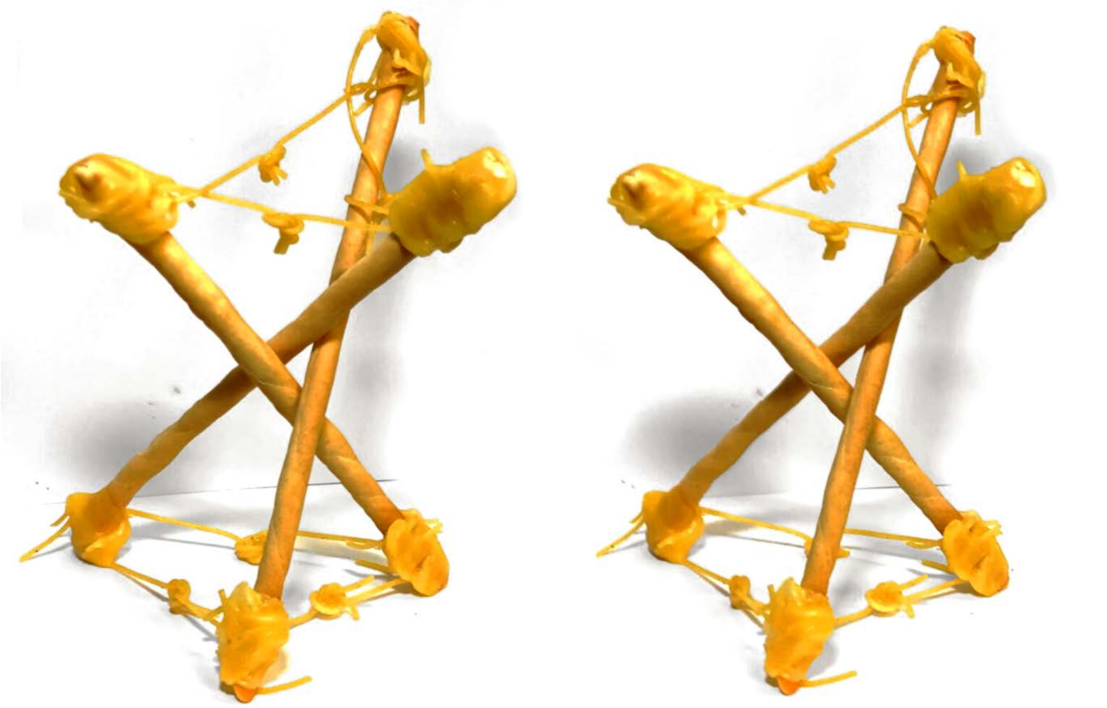
Autres modèles de Hoberman :

Voici en 3D une version précédente de ce jouet :

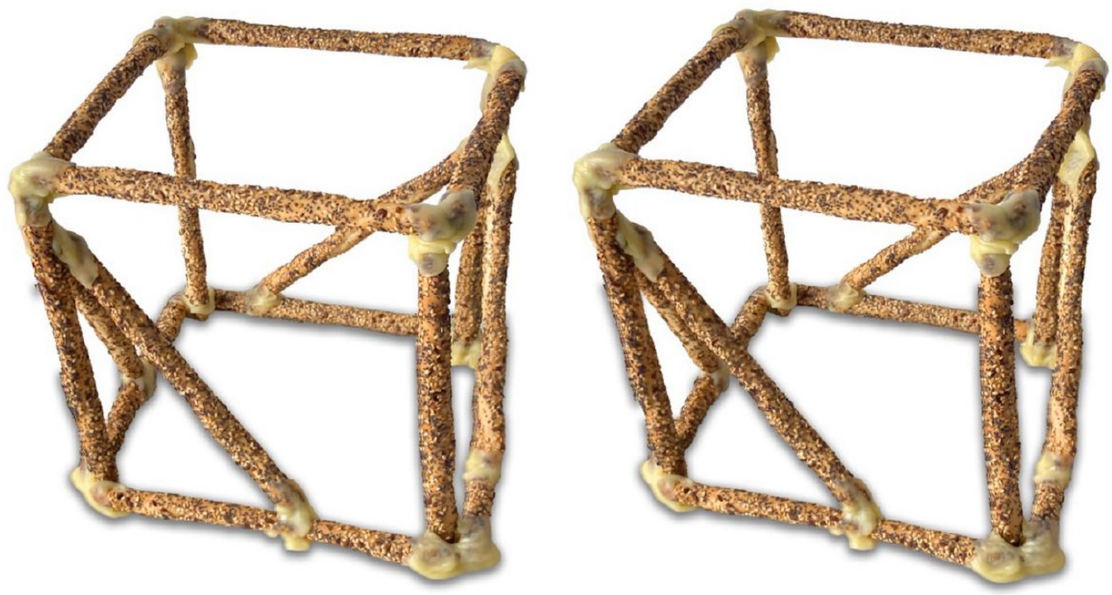


4 - Tour à Tenségrité

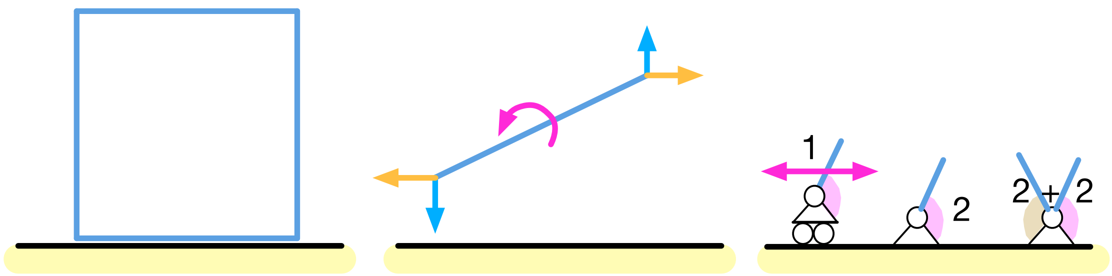
La tenségrité est un concept inventé et utilisé en architecture, étendu à d'autres systèmes mécaniques, utilisé aussi en biologie, et un sujet d'étude en mathématiques. Ici, réalisation avec des bâtonnets de spaghettis collés avec du fromage fondu.



Degrés de liberté



Cette structure est-elle solide ?
L'objet est destiné à être posé sur une table. C'est-à-dire que, s'il est d'un bloc solide, alors on s'attend à ce qu'on puisse le déplacer sur la table ou qu'on puisse le faire basculer.
Commençons par examiner un problème plus simple en deux dimensions. Supposons que l'on veuille construire un carré comme ceci :



Les jonctions au niveau des baguettes sont assemblées avec du fromage qu'on a fondu puis refroidi. Cette accroche tient les deux barres ensemble, mais la jonction est un peu souple et on peut plier un peu la structure au niveau de chacune de ces jonctions.
Chaque baguette est immobile et doit tenir en statique. Donc d'après le principe de la statique, $\sum(\text{Forces})_i=0$, et chaque baguette ne doit pas non plus tourner. Donc $\sum(\text{Moments des forces})_i=0$. La première relation donne deux équations selon que l'on projette sur l'axe des abscisses ou des ordonnées. On a donc, pour chaque baguette au final, trois équations liant les forces inconnues :

1 $\sum(\text{Forces})_{i|x} = 0$
(Les forces oranges sur le dessin ci-dessus doivent s'équilibrer)

2 $\sum(\text{Forces})_{i|y} = 0$
(Les forces bleu sur le dessin ci-dessus doivent s'équilibrer)

3 $\sum(\text{Moments des forces})_i = 0 = \sum (s_i \, . \, F_i)$ où s_i est la distance de la force à un axe considéré.

On a donc autant d'équations que de segments.

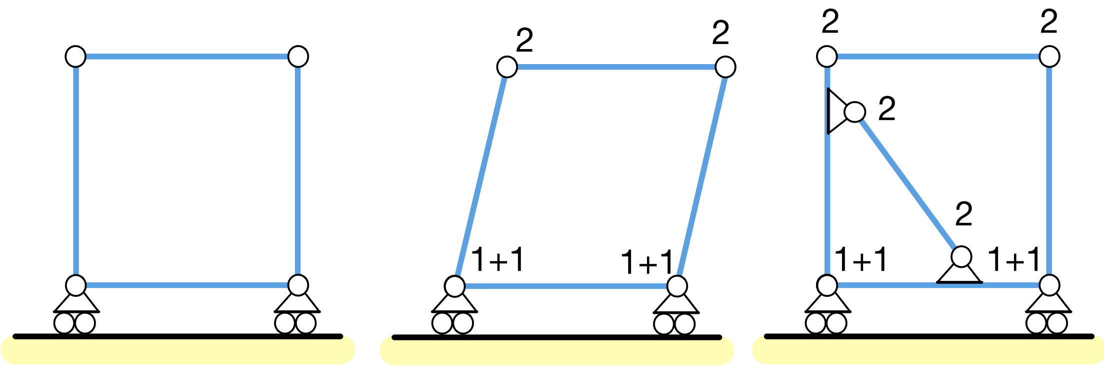
Au niveau des jonctions, on a des degrés de liberté. Pour un point complètement libre, on a 3 degrés de liberté. On peut se déplacer en x, en y et on peut tourner (couple). Le nombre d'inconnues est 3 moins le nombre de degrés de liberté. Sur la figure ci-dessus, pour chaque type de jonction, on a indiqué le nombre d'inconnus associés pour caractériser le système au niveau de la jonction.
Par exemple, si on attache une barre à une rotule fixée au sol, on a bien 1 degré de liberté (l'angle que fait la barre) et 2 inconnues (les forces F_x et F_y de la réaction du support. Si la rotule peut glisser sur le sol, on a 2 degrés de liberté (angle de la barre et déplacement en x) et en termes de forces inconnues, on a F_x=0 (sans quoi la rotule se déplacerait sur le plan alors qu'on est supposé en statique), et on a bien une seule inconnue F_y la réaction normale du support. Si on a plusieurs barres à une jonction, il faut compter les inconnues ou degrés de liberté pour chaque barre.

Si on calcule le nombre de variables inconnues et le nombre d'équations que l'on a pour notre carré, on obtient :

2+2+(1+1)+(1+1) = 8 inconnues

Les 4 barres donnent 4×3 = 12 équations.
Soit (12 - 4) = 4 degrés de liberté. Or, pour un objet d'un bloc rigide, on s'attend à 3 degrés de liberté, comme on l'a vu plus haut, car on peut toujours déplacer notre structure sur la table ou la faire pivoter. Donc, on a 1 degré de liberté de trop. Effectivement, le carré peut se pencher en losange. Si on ajoute une barre supplémentaire, comme sur la figure ci-dessous, on trouve bien que notre objet est statique et forme un bloc :

3 × 5 - (2+2+2+2+1+1+1+1) = 3 ➔ Notre objet est bien rigide.

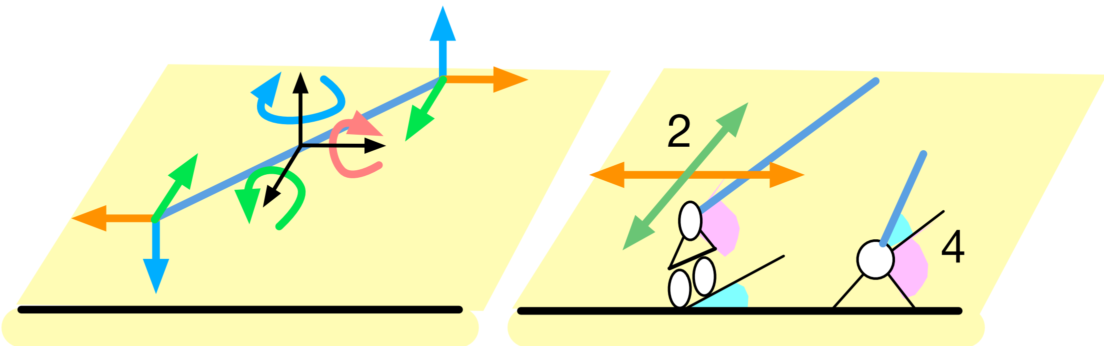


À présent, revenons à notre cube en 3 dimensions.
Cette fois, pour chaque barre, on peut écrire 6 équations :

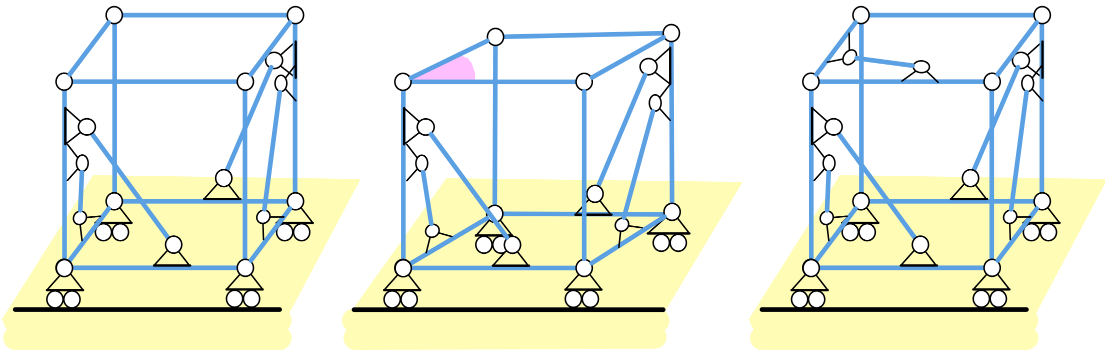
1	$\sum(\text{Forces})_{i\mid x} = 0$	4	$\sum(\text{Moments des forces})_{i\mid x} = 0$
2	$\sum(\text{Forces})_{i\mid y} = 0$	5	$\sum(\text{Moments des forces})_{i\mid y} = 0$
3	$\sum(\text{Forces})_{i\mid z} = 0$	6	$\sum(\text{Moments des forces})_{i\mid z} = 0$

En effet, en 3 dimensions, on peut tourner autour de 3 axes indépendamment.

Si on accroche une barre à une rotule au sol, combien reste-t-il de degrés de liberté ? La barre ne peut plus se translater en x, y, z. On a 2 angles de liberté. En effet, l'attache ne permet pas de vriller la barre. On a donc 2 degrés de liberté, et donc 6 – 2 = 4 inconnues.



Finalement, pour le cube réalisé en baguettes, comme on peut déplacer le cube dans le plan x, y et le faire basculer dans les 3 rotations, on s'attend à calculer pour un cube rigide avec 5 degrés de liberté… environ.



Isostatique ? Hypostatique Isostatique

On calcule que l'on peut plier le cube en réduisant l'angle rose sur le schéma ci-dessus..

En effet [on pourrait faire le genre de calcul suivant dont il est laissé au lecteur la correction :

6×15 barres

– 4 pivots glissants × 2 inconnues × 3 barres accrochées

– 4 coins en haut × 4 inconnues × 2 barres accrochées par coin

– 5 pivots × 4 inconnues

= 90 – 24 – 32 - 20 = 90 – 76 = 14 On est hypostatique.]

Si on ajoute une barre en haut (voir figure ci-dessus sur la droite), on calcule :

3×15 barres

– 4 pivots glissants × 2 inconnues × 3 barres accrochées

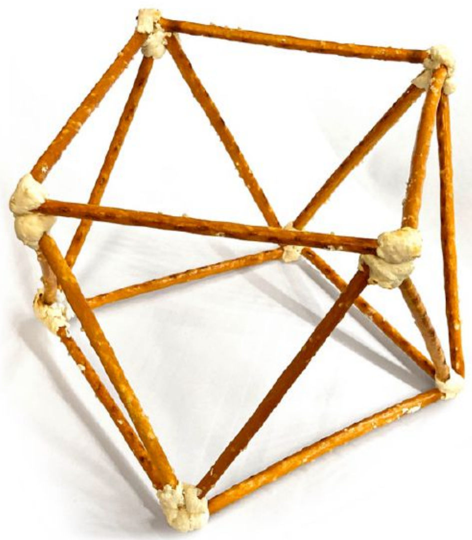
– 4 coins en haut × 4 inconnues × 2 barres accrochées par coin

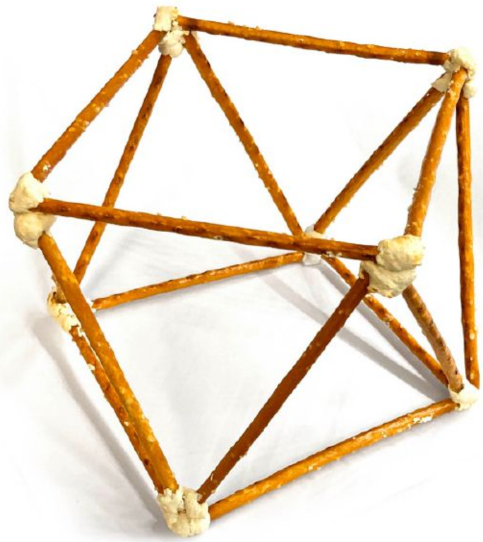
– 6 pivots × 4 inconnues

= 45 – 24 – 24 = – 3 On est hyperstatique.

Bâtons apéritifs

Est-ce que ces structures sont solides ?



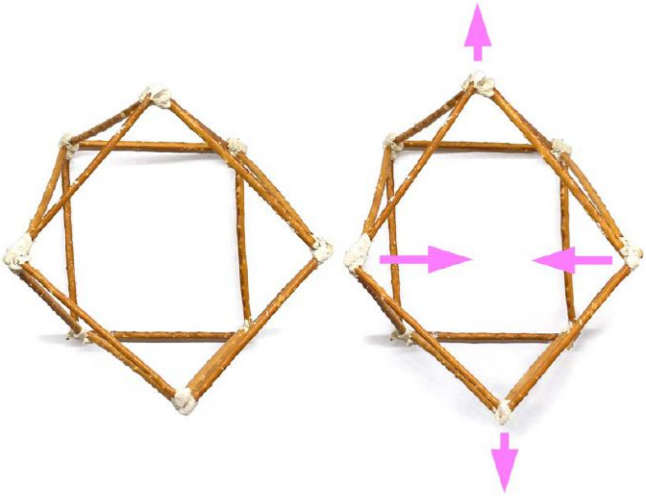


Conseil cuisine

Tremper les bâtons apéritifs dans un mélange de farine + maïzena + eau + levure chimique afin qu'ils ressemblent à des cotons tige. Voir photo. Travailler sur du papier cuisson sulfurisé pour que ça ne colle pas sur le plan de travail.
Assembler les bâtons.
Faire cuire les jonctions en farine avec un mini décapeur thermique. Passer au moins 10 secondes par jonction et par côté.
Éventuellement passer la farine au four avant de l'utiliser.
Ce qui est agréable c'est que pendant tout le temps du montage, une bonne odeur de pain grillé envahi la salle.

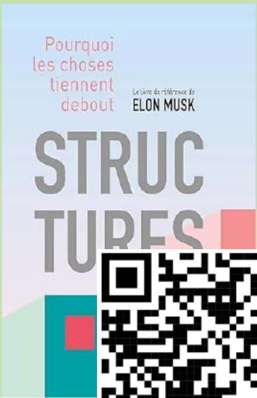
Hervé This a popularisé l'usage du matériel de chimie dans la cuisine. Il ne faut pas hésiter non plus à utiliser le matériel électronique et de physique.

Le tétraèdre, tout en triangles, est bien solide et on peut le calculer. Par contre, la seconde forme ne l’est pas car, en pratique, cela bouge bien.

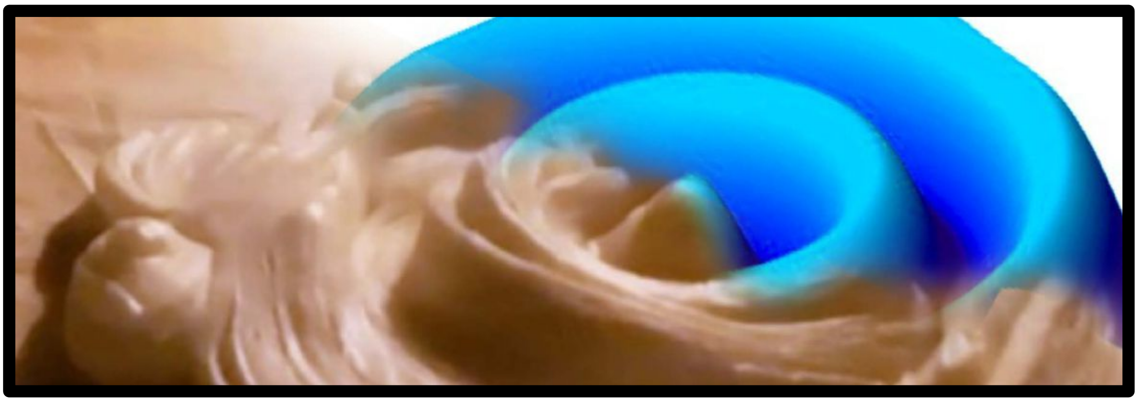


À vous maintenant de construire de grandes structures, des ponts, des arcs de triomphe… Inspirez-vous des concours sur internet de « ponts en spaghetti… » et ensuite, tout se mange.

Pour aller plus loin



Voici un pont autoportant *Léonard de Vinci* sans colle en *BamBuk* ukrainien.



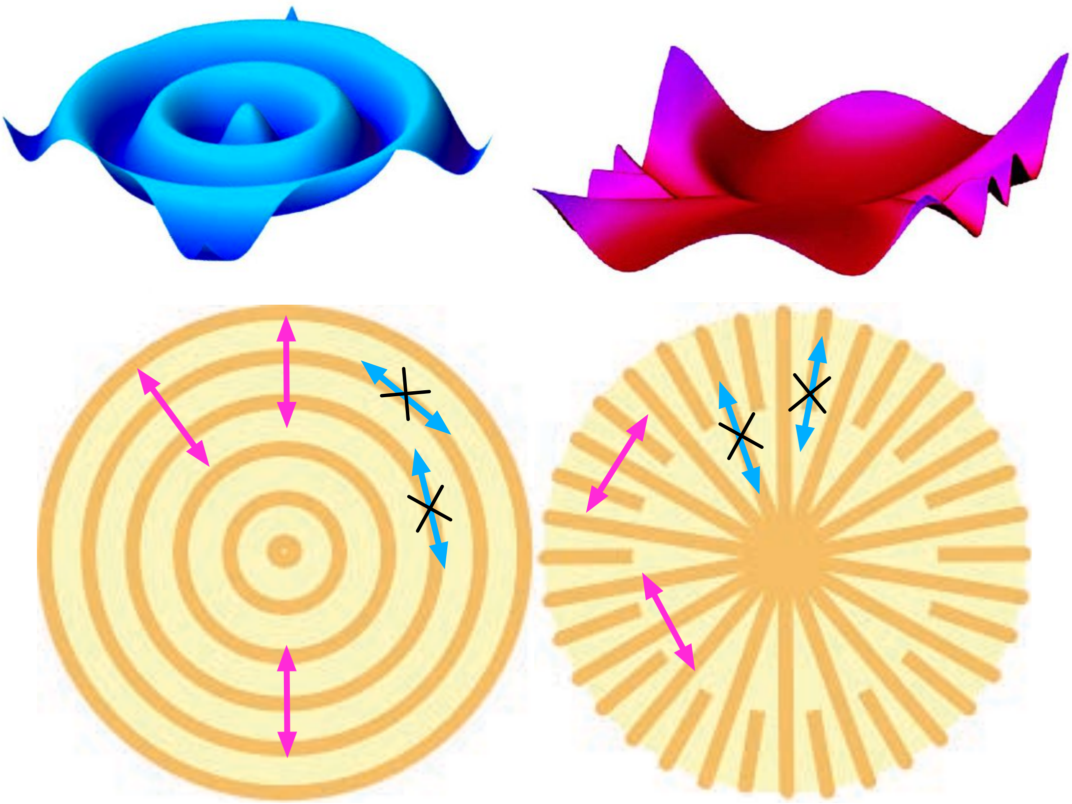
5 - Morphogénèse

plot $z = cos(r)$

plot $z = cos(\sqrt{x^2 + y^2})$

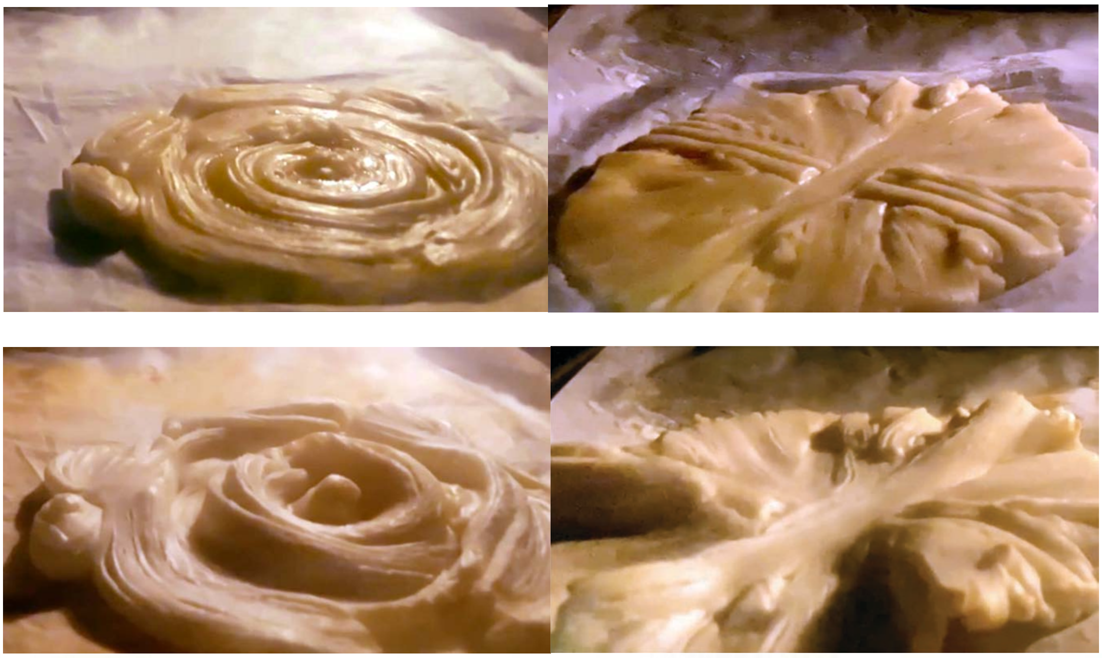
plot $z = r^2 cos(\theta\sqrt{r})^2$

plot $z = (x^2 + y^2) cos(\sqrt{x^2 + y^2}) arctan(\frac{y}{2x})^2$



Expansion Pas d'expansion

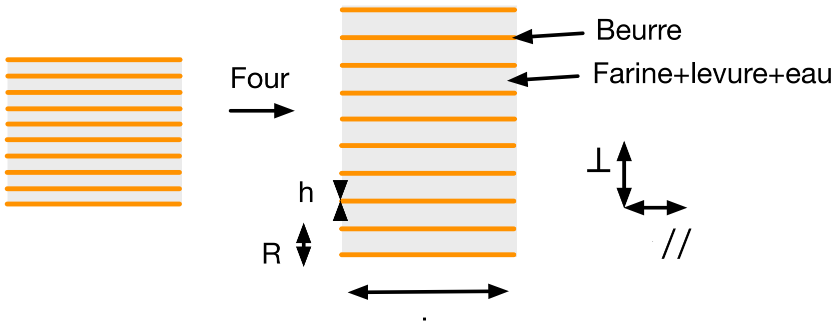
Dans la morphogenèse, c’est-à-dire l’étude de la création de formes dans le vivant, souvent par croissance différentielle, on retrouve ce phénomène. Par exemple, dans les feuilles de salade frisée, où les cellules se multiplient davantage au bord. Une fine tranche de pomme de terre prend la forme d’une selle de cheval lorsqu’on la frit.



Inspiration

José Bico : Du merveilleux caché dans le quotidien : la physique de l'élégance, un livre contenant une quarantaine de chapitres illustrés avec de petites expériences à reproduire.

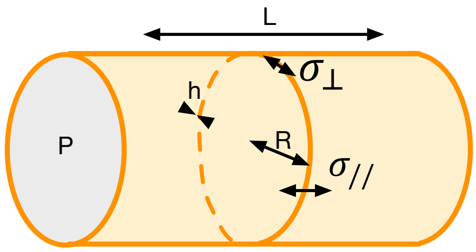
La pâte feuilletée est composée de couches de beurre (en orange) et de couches de farine (en gris) qui gonflent. Ainsi, les couches de farine gonflent, sauf dans la direction longitudinale, car la pâte est retenue par la couche de beurre, qui ne gonfle pas.



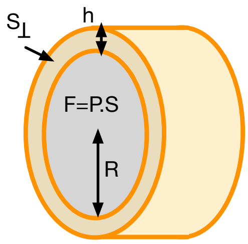
C'est une sorte de bilame, mais ici, comme on le voit au chapitre du mille-feuille, il y a des milliers de feuilles. Chacune se comporte comme une chambre à air que l'on gonflerait.

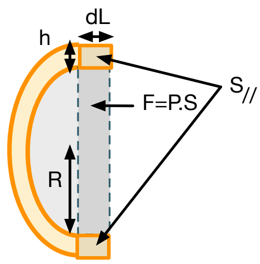
Ces structures s'expliquent par la physique d'une chambre à air de vélo.
Lorsqu'elle se gonfle, c'est sa section qui augmente, tandis que son périmètre reste inchangé. Dans notre cas, l'épaisseur de la couche de farine gonfle sans que sa grande longueur ne s'allonge. Avec précision, on pourrait considérer une densité de tubes ou de feuilles.
En toute rigueur, la géométrie n'est pas cylindrique, mais, à l'image de notre modèle, les feuillets de pâte feuilletée présentent deux longueurs caractéristiques : une petite, microscopique (l'épaisseur de la couche de beurre, de l'ordre de h), et une grande, macroscopique (la dimension du biscuit, L, sa longueur).

Un tube sous pression subit des contraintes, longitudinales (//)et transversales (⊥). La contrainte transversale est deux fois plus importante que la contrainte longitudinale.



La contrainte est donnée par : $\sigma = \frac{F}{S}$. Elle est homogène à une pression, où S est la section droite soumise à la force. Imaginons que l'on découpe mentalement notre petit élément, à la fois transversalement et longitudinalement, puis analysons les forces et contraintes sur les sections correspondantes.





Section transversale de couche de beurre :
$S=2\pi R.h$
Force de pression associée :
$F=P.\pi R^2$
Contrainte sur le beurre :

$$\sigma_\perp = \frac{F_\perp}{S_\perp} = \frac{P.\pi R^2}{2\pi Rh} = P\frac{R}{2h}$$

Section longitudinale de couche de beurre :
$S_{//}=2.dl.h$
Force de pression associée :
$F_{//}=P.2R.dl$
Contrainte sur le beurre :

$$\sigma_{//} = \frac{F_{//}}{S_{//}} = \frac{P.2R.dl}{2.dl.h} = P\frac{R}{h}$$

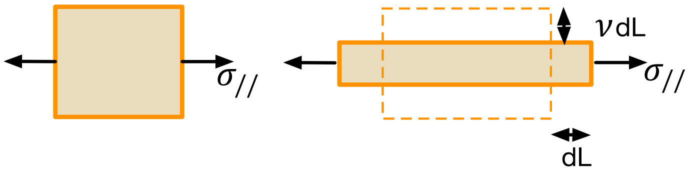
Donc :

$$\sigma_{//} = 2\sigma_\perp = \frac{R}{h}P$$

Si l'on ajoute la loi de Hooke, c'est-à-dire que l'élasticité est linéaire comme pour un ressort : $F = -k\,.\Delta L$ autrement dit sa déformation (autrement dit son allongement relatif) $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ est proportionnelle à la contrainte σ : $\varepsilon \propto \sigma$ avec comme coefficient de proportionnalité, le module d'élasticité ou module de *Young* E : $\varepsilon = E.\sigma$.

À présent, il faut considérer la combinaison des deux contraintes sur l'allongement. En effet, dans la déformation, non seulement une contrainte agit dans le sens de l'allongement, mais la contrainte transversale intervient également via le coefficient de Poisson, comme vu au chapitre sur la tarte auxétique.
Par convention, le coefficient de Poisson est positif. En général, lorsqu'un matériau s'allonge d'une quantité dL dans une direction, il se rétracte d'une quantité dL dans la direction transversale, de sorte que son volume reste approximativement inchangé.

Plus précisément, pour les matériaux les plus courants, le coefficient de Poisson est de l'ordre de 0,5. Toutefois, le volume n'est pas strictement conservé, car une part de dilatation ou de compression s'ajoute à la déformation.



Donc on a : $\varepsilon_{\perp} = \frac{1}{E}(\sigma_{//} - \nu\sigma_{\perp})$ et $\varepsilon_{//} = \frac{1}{E}(\sigma_{\perp} - \nu\sigma_{//})$

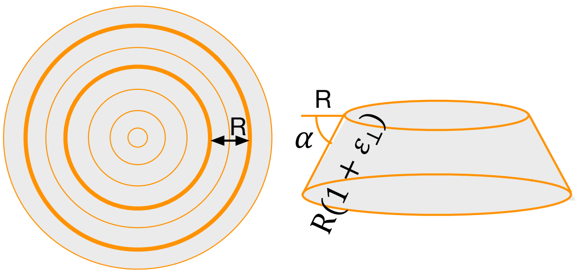
On remplace finalement avec les relations précédentes : $\sigma_{//} = 2\sigma_{\perp}$ et $\nu \approx 0.5$

On obtient :

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{3}{4}\frac{R}{Eh}P \quad \text{et} \quad \varepsilon_{//} = \frac{1}{E}(\sigma_{\perp} - \nu\sigma_{//}) \approx 0$$

C'est-à-dire que lors de la déformation, l'extension transversale est proportionnelle à la pression, tandis que l'extension dans la longueur reste nulle.

Ainsi, pour prédire la forme, il faut considérer des lignes longitudinales le long de la pâte feuilletée qui conservent leur longueur, tandis que leur écart avec les autres couches parallèles augmente.



La solution consiste à sortir du plan en appliquant le théorème de Pythagore. Cela permet d'augmenter la distance entre les couches de pâte sans modifier leur longueur. L'inclinaison α est alors proportionnelle à la pression appliquée.

$$cos(\alpha) = \frac{1}{1+\varepsilon_{\perp}} \text{ et } \varepsilon_{//} \approx 0$$

Pour aller plus loin (conférence de José Bico)

Il faudrait prendre en compte la gravité pour expliquer l'effondrement de la structure, qui ne s'étend pas à l'infini, mais la modélisation précédente reste valable pour des petits biscuits (avec une approche expérimentale de l'ordre de 3 cm).
Il serait aussi nécessaire de tenir compte de la dynamique, notamment de l'effet de la gravité, qui maintient un peu la pâte collée à la plaque de cuisson, même si l'utilisation de farine ou de semoule de maïs aide à la détacher.
Enfin, ci-contre, on observe une pâte feuilletée collée à une pâte brisée, formant une bicouche. Cela provoque une courbure de la pâte lors de la cuisson.

Thé de feuilles déshydratées

Les végétaux déshydratés peuvent aussi être à l'origine de formes intéressantes lorsqu'ils sont réhydratés. Voici une image d'une boule de fleur de thé qui s'ouvre lorsqu'immergée dans l'eau chaude. Ci-dessous, une feuille de thé, une fleur de *souci* et de *jasmin*, cousues ensemble.

Pour obtenir un effet ressort ou une ouverture dynamique dans un blooming tea (thé fleuri), on peut intégrer de petites tiges ou des éléments naturels légèrement rigides. Certaines tiges naturelles, lorsqu'elles sont bien séchées, reprennent une forme légèrement élastique au contact de l'eau chaude, aidant ainsi à ouvrir la boule de manière élégante et contrôlée : tiges de *jasmin*, d'*amarante* ou de *calendula*, les tiges jeunes et tendres du théier (*Camellia sinensis*), des brins d'herbes comestibles comme la *citronnelle* ou des fibres naturelles comme celles du bambou finement découpé.

Placez les tiges au centre ou en spirale autour de la fleur. Elles doivent être alignées avec les feuilles pour favoriser un mouvement naturel lorsqu'elles s'ouvrent. Les tiges peuvent être cousues ou liées avec un fil alimentaire pour maintenir la structure.
Assurez-vous que les tiges et les feuilles sont bien séchées pour éviter tout risque de moisissure.
Par ailleurs, le *tapioca* absorbe l'eau et gonfle lorsqu'il est immergé. Formez des structures compactes en mélangeant de la farine de tapioca avec de l'eau, puis séchez-les pour obtenir des formes dures. À tester.

Chips de carotte

Prenons une rondelle de carotte et laissons-la sécher pendant un jour. Le cœur tendre, qui contient plus d'eau, sèche plus rapidement et se rétracte davantage, tandis que le pourtour, moins humide, devient trop grand et se courbe

.

Quand on croque le bord de la carotte, le cœur se sépare bien. Et au goût, on sent que le cœur de la carotte est bien plus juteux et sucré, tandis que le bord est plus ferme et plus amer.

Vous voyez le rapport avec l'éponge qui rétrécit en séchant ?

On trouve des carottes violettes. Leur cœur, orange, est étoilé, et le bord est violet. Le bord violet est plus ferme, plus amer, et il se rétracte moins en séchant. Ainsi, ces carottes ne deviennent pas des chips qui se tortillent entièrement, mais restent plates avec juste un bord légèrement fripé. Les voici en tranches et séchées.

6 - Bulle immortelle

Qu’est-ce que c’est ? Vous avez sans doute déjà fait une bulle de savon. Mais elles éclatent rapidement au bout de quelques secondes. Voici un plat constitué de petites bulles d’air immortelles. Elles ne contiennent même pas de savon, sinon elles ne seraient pas comestibles. Le film de la bulle est constitué simplement d’eau et d’un peu de glycérine. La glycérine rend l’eau plus visqueuse et contribue à ce que l’eau ne s’écoule pas vers le bas sous l’effet de la gravité, évitant ainsi que la bulle n’éclate.

Enfin pour éviter que l’eau ne s’évapore, il y a une armure autour de la bulle. Cette armure est constituée de grains de pollen très fins de *Lycopode*. Ces grains n’aiment pas du tout l’eau, tout comme l’huile qui n’aime pas l’eau. C’est un matériau très hydrophobe. Les grains de pollen restent ainsi à la surface de la bulle, formant une armure.

Pour aller plus loin

Projet du *concours CGgénial* du Lycée des *Flandres Hazebrouck* en 2024.

Le concours *CGénial*, destiné aux collégiens et lycéens, permet à de petits groupes d'élèves de construire et de présenter de petites expériences originales. C'est amusant, passionnant, et très enrichissant et formateur pour ceux qui s'intéressent à la physique ou à l'ingénierie. C'est aussi l'occasion de faire des rencontres avec d'autres professeurs ou élèves passionnés. Une sorte de *TIPE*, que l'on retrouve en classe préparatoire.

Un modèle dual est une bulle d'air dans l'eau immortelle, armurée avec des . Pour l'observer, rien de plus simple. Dans une casserole remplie d'eau, versez rapidement des lentilles sèches. Des bulles armurées se formeront.
Sur la photo ci-dessous, on voit une bulle sous l'eau, entourée de lentilles de taille comparable.


Les bulles peuvent être entièrement entourées de lentilles, auquel cas on ne voit pas la bulle, mais l'ensemble flotte. Parfois, la bulle peut être seulement à moitié recouverte, ce qui permet de la photographier.

Au fond de la casserole, vous devriez voir quelque chose comme la photo ci-dessous. Si on y prête attention, on remarque des bulles armurées entourées en rose. En relief, elles se détachent beaucoup mieux du fond. Il faut loucher pour les voir en relief, c'est une photo 3D.


La bulle est plus grosse et les grains encore plus...

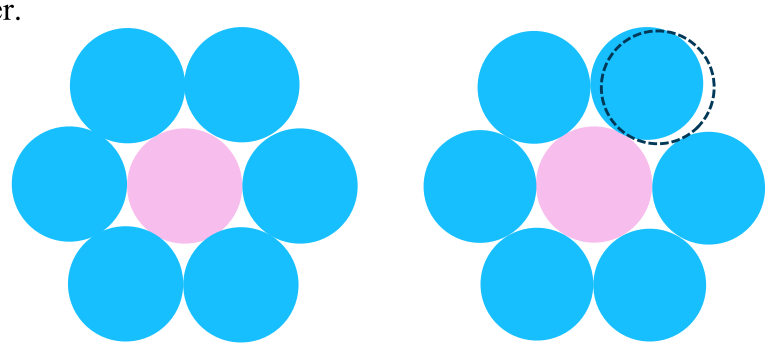
Lorsque l'on verse des lentilles sèches dans l'eau, des bulles armurées se forment, entourées de lentilles.

Un intérêt culinaire réside dans le fait d'emprisonner dans l'air des bulles des parfums, tels que la fumée des bois, pour susciter des émotions lors de la dégustation.

Kissing Number

Mais si l'on regarde attentivement, combien de lentilles entourent une bulle ? On a un système physique qui est dans un état minimisant l'énergie d'un certain point de vue, et on trouve à peu près le maximum de lentilles autour d'une bulle qui puissent la toucher. Si l'on assimile tous ces objets à des sphères parfaites de même rayon, une question intéressante, mais pas si facile, est de se demander combien de boules peut-on placer autour d'une autre en contact. C'est ce qu'on appelle le *kissing number.*

En dimension 2, autour d'un disque, on peut placer 6 disques (figure de gauche ci-dessous), et il n'y a pas du tout de jeu qui puisse laisser penser qu'un 7ème disque puisse rentrer.



Mais en 3 dimensions, déjà ce n'est pas évident. Quand on entoure une bille, une tomate, un œuf avec d'autres billes, tomates, œufs de même taille, on se rend bien compte qu'il y a du jeu (un peu comme l'illustration de droite ci-dessus, pour laquelle on a un peu triché en plaçant des disques bleus un peu plus petits). Alors, peut-être qu'on peut 'tasser' un peu mieux les billes autour pour faire de la place à une bille supplémentaire ?

En 3 dimensions, la réponse est qu'on ne peut pas en mettre plus que 12. Je vous encourage à construire avec des billes et un pistolet à colle, ou des œufs et des cure-dents, pour vous rendre compte qu'il y a du jeu.

En 4 dimensions, on peut placer 24 sphères en contact autour d'une autre. Difficile de jouer avec des oranges en dimension 4. Mais la solution est simple à appréhender tout de même.

Plaçons une sphère à l'origine (0,0,0,0) de notre espace. Il y a 24 vecteurs (x,y,z,t) avec 2 composantes nulles et ±1 pour les autres composantes. En voici la liste que vous pouvez compléter si vous le souhaitez.

```
(0,0,1,1)   (0,0,1,-1)  (0,0,-1,1)  (0,0,-1,-1)
(0,1,0,1)   (0,1,0,-1)  (0,-1,0,1)  (0,-1,0,-1)
(0,1,1,0)   (        )  (        )  (         )
(1,0,0,1)   (        )  (        )  (         )
(1,      )  (        )  (        )  (         )
(       )   (        )  (        )  (         )
```

Ce seront les centres des sphères que l'on essaie de placer autour de notre sphère centrale. Calculons la longueur de ces vecteurs avec Pythagore en 4 dimensions (qui fonctionne comme en 2 dimensions).

$$\textit{Hypoténuse} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Et la plus petite distance entre l'un de ces points quelconques et les 23 autres est également $\sqrt{2}$.

En effet, on voit que la distance de (0,0,1,1) à (0,0,1,-1), par exemple est

$$\sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (1-1)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{2} \geq \sqrt{2}$$

Un autre exemple : la distance de (0,0,1,1) à (1,-1,0,0) est

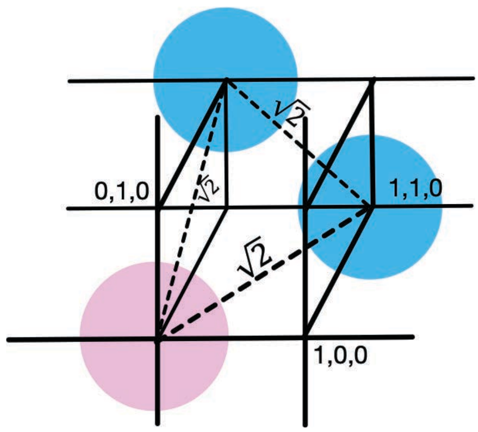
$$\sqrt{(0-1)^2 + (0--1)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2} \geq \sqrt{2}$$

Dernier exemple : la distance de (0,0,1,1) à (0,0,-1,-1) est

$$\sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (1--1)^2 + (1--1)^2} = 2 \geq \sqrt{2}$$

Cela signifie que tous les centres des 24 sphères sont à la distance $\sqrt{2}$ de la sphère centrale et que leur rayon, pour être en contact avec la sphère centrale, sera de $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Et nous avons aussi vu que ces sphères ne s'intersectent pas, car leurs centres sont tous situés à plus de $\sqrt{2}$ les uns des autres.

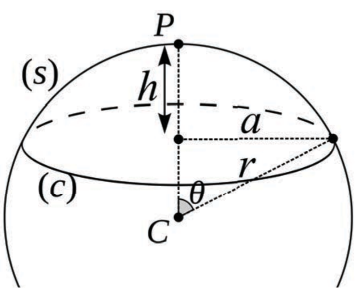


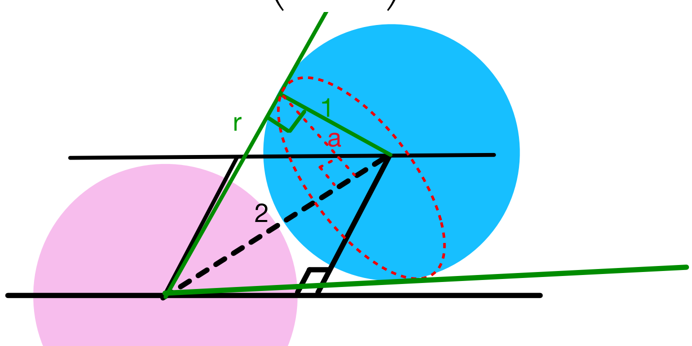
Nous avons montré qu'en dimension 4, il est possible de placer au moins 24 sphères autour d'une autre sphère.

Mais en dimension 5, nous ne savons pas encore combien de sphères au maximum peuvent être placées en contact avec une autre. En utilisant la même stratégie que précédemment, en comptant les vecteurs de dimension 5 de la forme (x, x, x, x, x) avec deux coordonnées égales à ±1, on en trouve 40.
Cependant, en analysant la proportion d'angle solide occupée par ces 40 sphères dans l'espace, on constate qu'il y aurait de la place pour en ajouter encore 4. Ainsi, entre 40 et 44, le nombre exact de sphères pouvant entourer une sphère en contact en 5 dimensions reste inconnu.

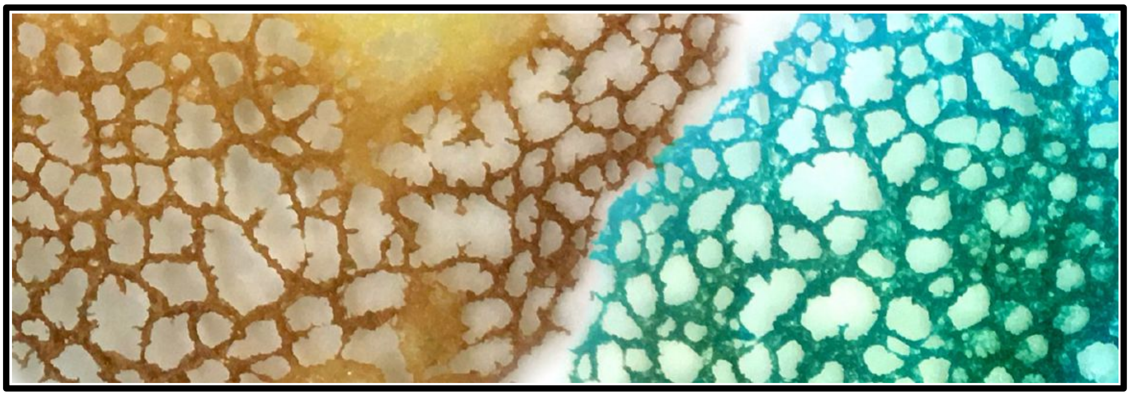
Angle solide
Reprenons l'angle solide en trois dimensions.
En dimension 3, l'angle solide (c'est-à-dire l'angle en trois dimensions) d'une des sphères en contact est donné par : $r = \sqrt{3}$ et $a = r/2 = \sqrt{3}/2$. c La surface d'une calotte sphérique est alors $2\pi r h$

$$\text{Angle} = \frac{2\pi r h}{r^2} = \frac{2\pi r(r - \sqrt{r^2 - a^2})}{r^2} = 2\pi\left(1 - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) \approx 0{,}84\ldots \approx \frac{4\pi}{14{,}9\ldots}$$



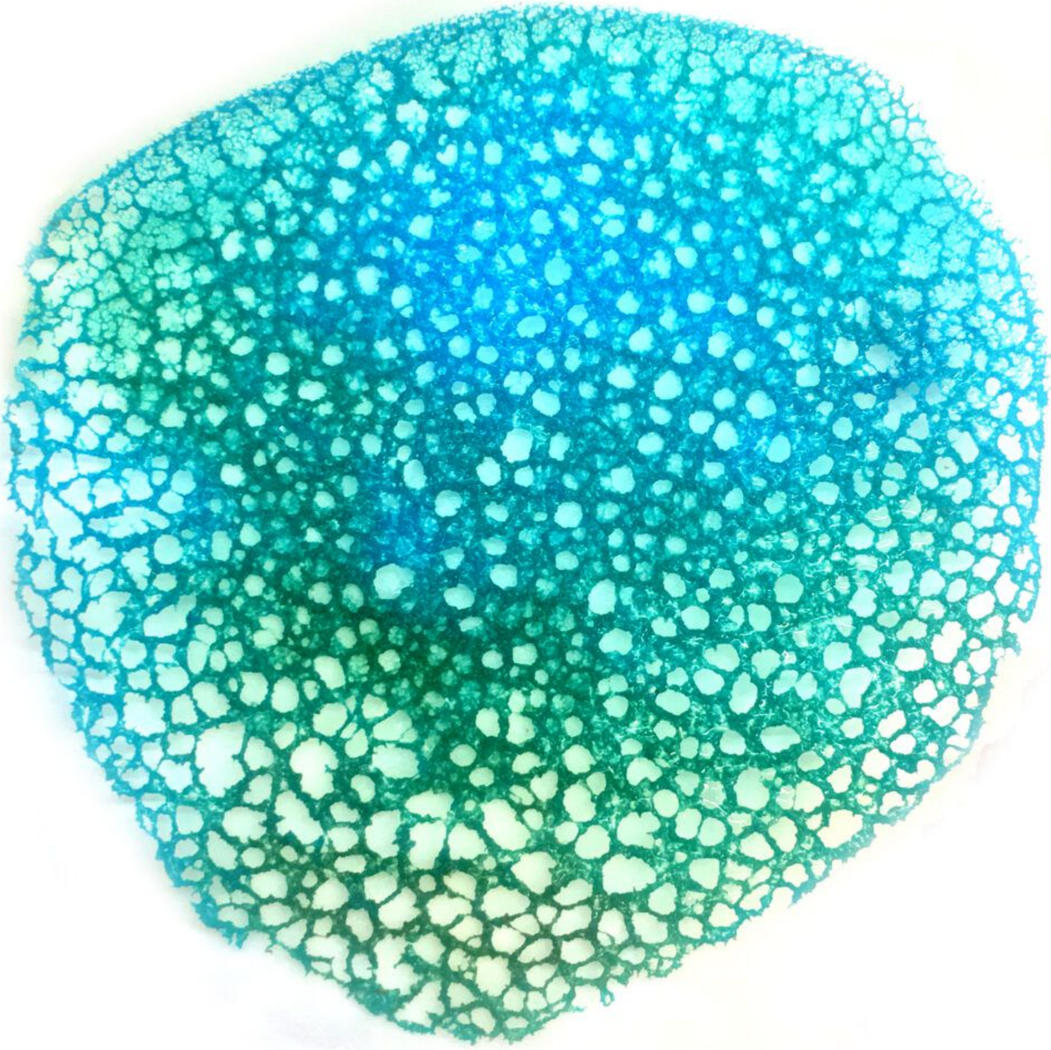


Il y a donc, en termes d'angle solide occupé, de la place pour 14 sphères en contact autour. Cependant, la solution à 12, vue précédemment, est bien le maximum possible. Cela illustre que, selon les dimensions, différentes approches permettent d'obtenir des encadrements du *kissing number*.



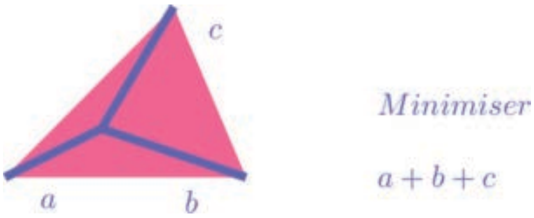
7 - Tuile de Plateau

À l’encre de seiche, façon maritime, comme certains chefs présentent cette tuile dentelle, mais qui évoque aussi une marée noire.

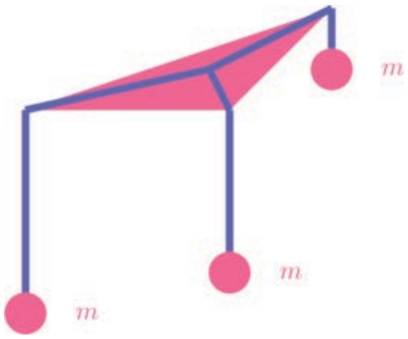


Joseph Plateau (1801-1873), physicien et mathématicien belge, a décrit dans un livre l'arrangement des bulles de savon dans une mousse, analogue à celles que l'on trouve en deux dimensions sur notre poêle. Il a décrit les angles formés entre les bords de Plateau (la pâte entre les bulles), bien qu'aveugle, mais assisté. En effet, pour la science, il avait observé le soleil trop intensément afin d'étudier la persistance rétinienne, si bien qu'il en a perdu la vue.

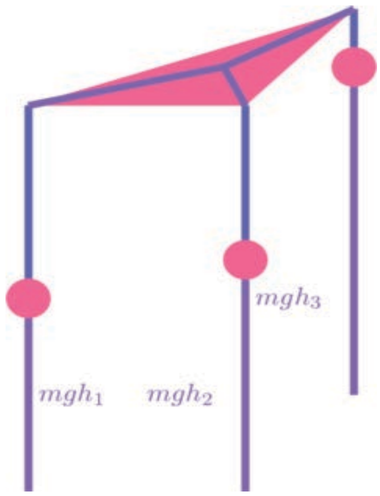
Démonstration de l'angle de 120° pour un triangle afin de minimiser la somme des trois longueurs bleues (et donc minimiser l'énergie de tension superficielle des bulles, qui est proportionnelle à la surface, ici la longueur des segments en deux dimensions).

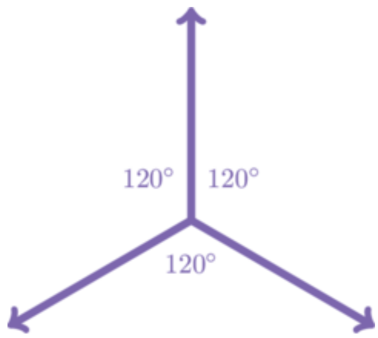


Une analogie physique



Au minimum de l'énergie, on est statique :

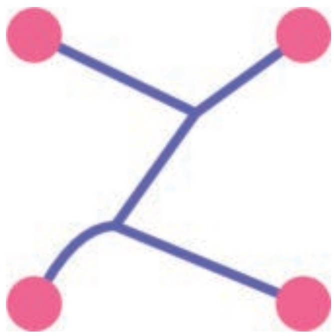




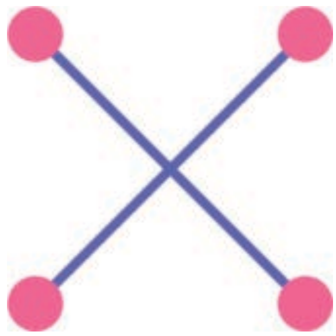
Au minimum d'énergie, nous sommes immobiles, donc les trois tensions de même norme sont représentées ci-dessus.

Les arêtes sont appelées bords de Plateau. L'énergie du système est égale à la tension superficielle multipliée par l'aire totale. En deux dimensions, l'énergie est donc proportionnelle à la longueur des bords (en bleu ci-dessous), et le système cherche à la minimiser.

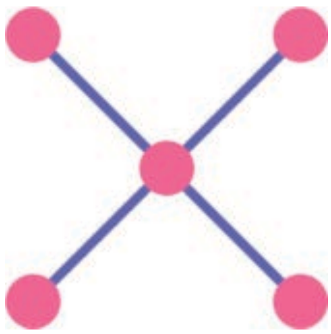
Comment relier 4 points par un plus court chemin ?



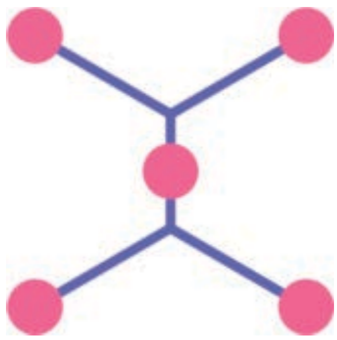
S’il y a 1 croisement :



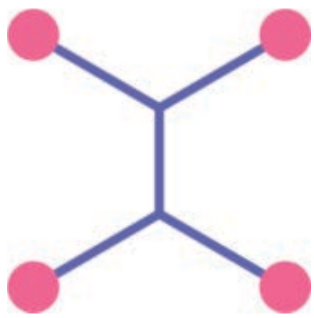
S’il y a 2 croisements :



Mais avec 2 croisements, c’est mieux ainsi :

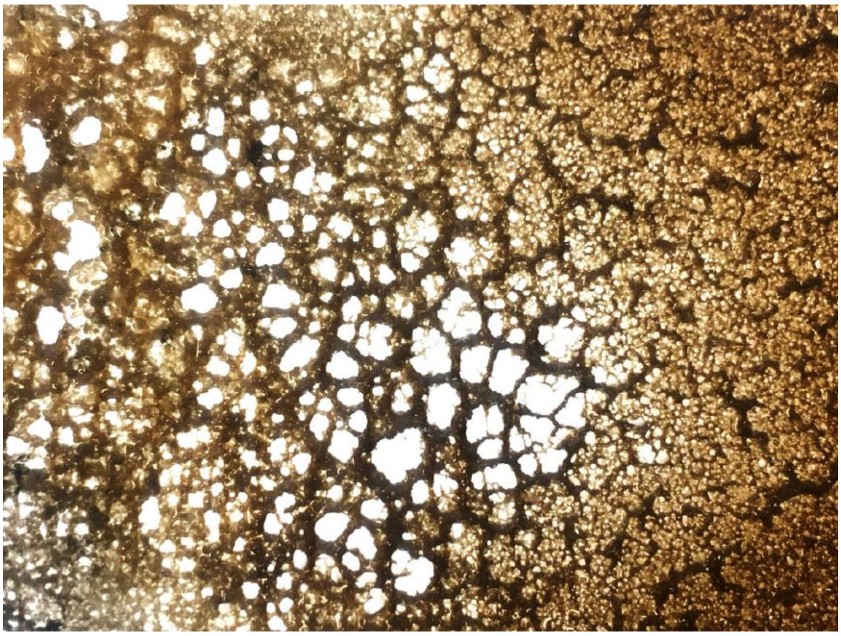


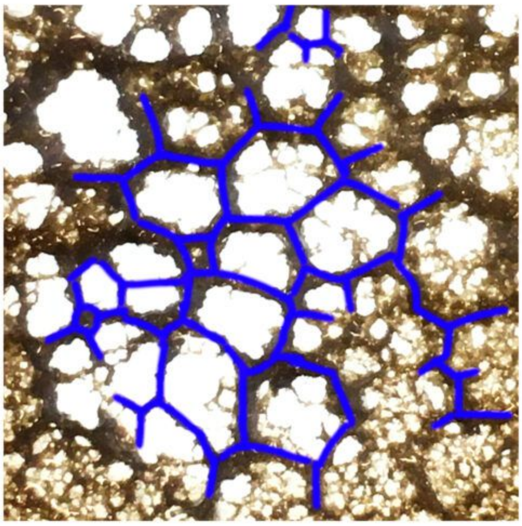
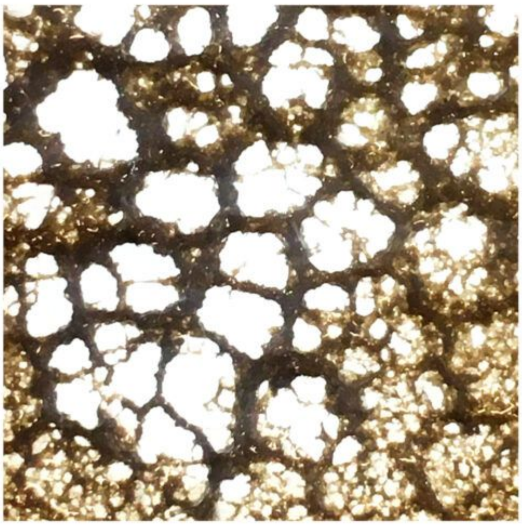
Conclusion : Optimum pour un carré :



On est dans le cas idéal où les bulles sont identiques et où la fraction de pâte est négligeable, c’est-à-dire avec une mousse « sèche ».

Bulles polyédriques, bulles sphériques : selon la fraction de pâte contenue dans la mousse, on parle de *mousse sèche*, comme ci-dessous au milieu, ou de *mousse humide*, plus à gauche, dans laquelle les bulles sont rondes. Ici, les bulles de vapeur ont disparu et il ne reste que les bords.



Si trois portions se rencontrent le long d'une arête, appelée « bord de Plateau », alors l'angle dièdre entre deux portions vaut : $arccos(-1/2) = 120°$.

Les configurations qui ne respectent pas les conditions de Plateau existent, mais elles sont instables.

Note sur la tension superficielle :

Dans le liquide, les molécules à la surface, au niveau de l'interface, n'ont pas les mêmes voisins que celles situées au centre du liquide. Les molécules en surface, exposées au gaz, ne se lient qu'avec les molécules du liquide. La résultante des forces pour ces molécules de surface est donc dirigée vers l'intérieur du liquide. C'est la pression plus élevée dans le liquide qui contrebalance cette résultante.

Du point de vue énergétique, deux molécules en interaction sont dans un état d'énergie plus bas. Les molécules à la surface du liquide ont moins d'interactions avec leurs voisins. La surface du liquide est donc une zone d'énergie plus élevée que l'intérieur. Comme tout système cherche à minimiser son énergie, cette surface est réduite au minimum.

La différence de pression est :

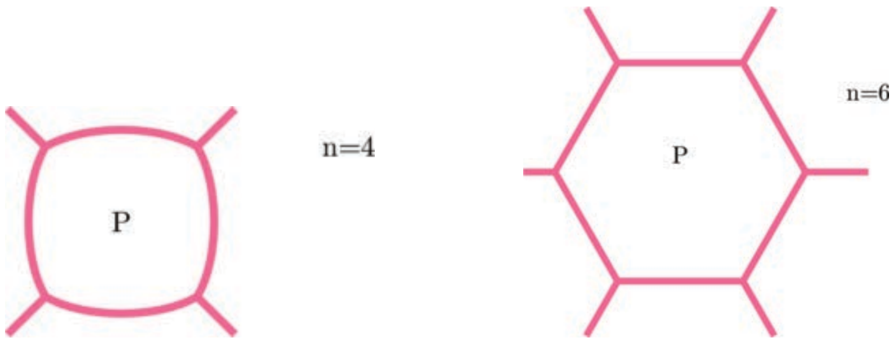
$$P_{int} - P_{ext} = \gamma . div\overrightarrow{n} = \gamma . \overrightarrow{\nabla} . \overrightarrow{n} = \gamma . \left(\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} \right) = \gamma . \left(\frac{1}{Rx} + \frac{1}{Ry} \right)$$

Avec γ le coefficient de tension superficiel, $\overrightarrow{n}$ le vecteur normal unitaire et Rx et Ry les rayons de courbure de la surface.

Dans le cas de bulles à deux dimensions, comme dans notre tuile :
Lorsque l'on parcourt le pourtour d'une bulle, on a fait un tour complet, donc on a tourné de 2π. A chaque angle, on tourne de $180°-120°= 60° = \frac{\pi}{3}$, et le long d'une paroi entre deux bulles, qui peut être courbe, on tourne de $\theta_i = l_i / R_i$, où l_i est la

longueur de la paroi i et R_i le rayon de courbure, car $l_i = \theta_i \cdot R_i$. Donc. Donc pour une bulle ayant n voisines : $n\frac{\pi}{3} + \sum_{j=1}^{n} l_i/R_i = 2\pi$, soit en réarrangeant :

$$6-n = \pi^{-1}\sum_{j=1}^{n} l_i/R_i = \frac{\gamma}{\pi}\sum_{j=1}^{n} l_i\,(P - P_j)$$



Si la bulle a plus de 6 côtés : la valeur précédente est négative, les faces seront donc *convexes*.
Si la bulle possède exactement 6 côtés : la courbure est nulle et les côtés de cette bulle seront droits.
Si la bulle a moins de 6 côtés : la valeur donnée devient positive et les faces seront *concaves*.

Donc, le nombre de côtés de la bulle a des conséquences sur sa forme, ce qui aura des répercussions sur sa durabilité, comme nous allons le voir.
Les forces de tension superficielle ont tendance à faire contracter la bulle. Par conséquent, la pression à l'intérieur de la bulle, P_{int} , va être supérieure à la pression extérieure, P_{ext}.
Une bulle tend naturellement à prendre la forme qui lui permet d'enfermer un volume de gaz donné dans une surface d'aire minimale.
La pression à l'intérieur d'une bulle est légèrement supérieure à celle de l'extérieur. Elle est donnée par la formule de *Laplace* : $P_{int} = P_{ext} + 4\gamma/R$ avec P_{int} : pression à l'intérieur de la bulle en Pascal, P_{ex} : pression à l'extérieur de la bulle en *Pascal*, γ : tension superficielle en $N.m^{-1}$. R : rayon de la bulle en m.

On peut déjà remarquer que la différence de pression est d'autant plus importante que la bulle est petite (rayon R petit), ce qui va avoir des conséquences sur le vieillissement de la mousse liquide.

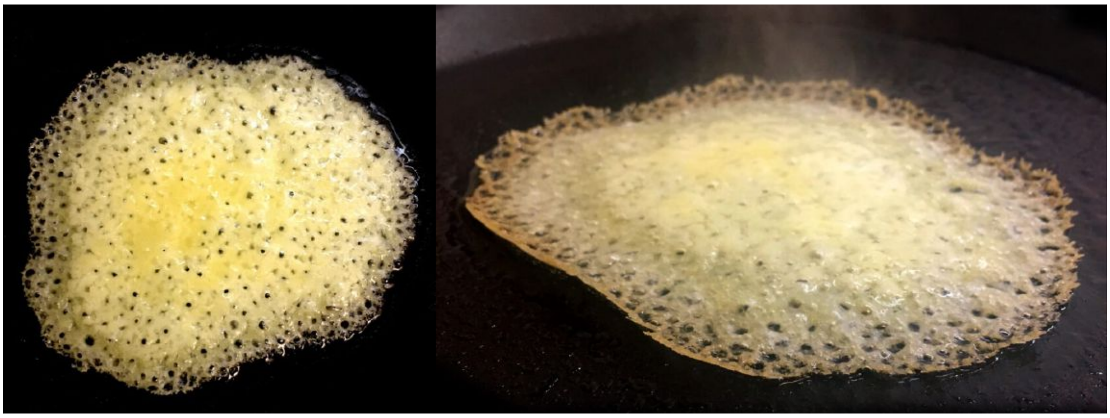
Les bulles en surpression sont de forme convexe et le gaz qu'elles contiennent se diffuse vers les bulles concaves en sous-pression.

La surface est donc minimisée lors de la fusion de deux bulles pour un même volume. La tension superficielle tend donc à encourager le phénomène de coalescence des bulles. Sous vide, on a de plus grosses bulles.

Ainsi, à l’équilibre, si on attend longtemps, toutes les bulles disparaissent au profit de quelques grosses bulles, comme dans un bain par exemple. Cependant, dans nos tuiles, on n’atteint pas l’équilibre parce qu’on fait bouillir l’eau en permanence, qui s’évapore donc sans cesse et maintient le système hors équilibre.
La structure initiale est fournie par le diagramme de *Voronoï*.

Recette

Mélangez en poids :
1 unité de farine
2 unités d’huile,
4 unités d’eau
et versez une tuile sur la poêle chaude.



Conseil cuisine

Si les bulles ne sont pas assez grosses, ajoutez un petit peu d’eau au mélange ou chauffez plus fort. La cuisson dure quelques minutes ; laissez cuire jusqu’à ce que ça ne bouille plus. Utilisez une poêle antiadhésive. L’huile se sépare et décolle la tuile au fur et à mesure. Laissez refroidir sur du papier absorbant.

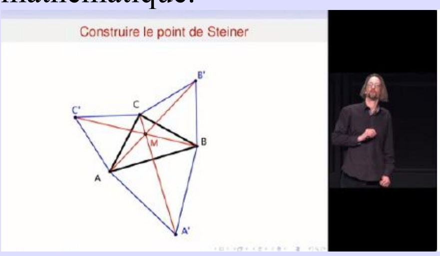
Il est plus facile de réaliser cela avec un colorant (encre de seiche, ...) car les différences de brunissement dues à la cuisson inhomogène ne se verront pas en cas de poêle pas bien plate ou pas assez épaisse.

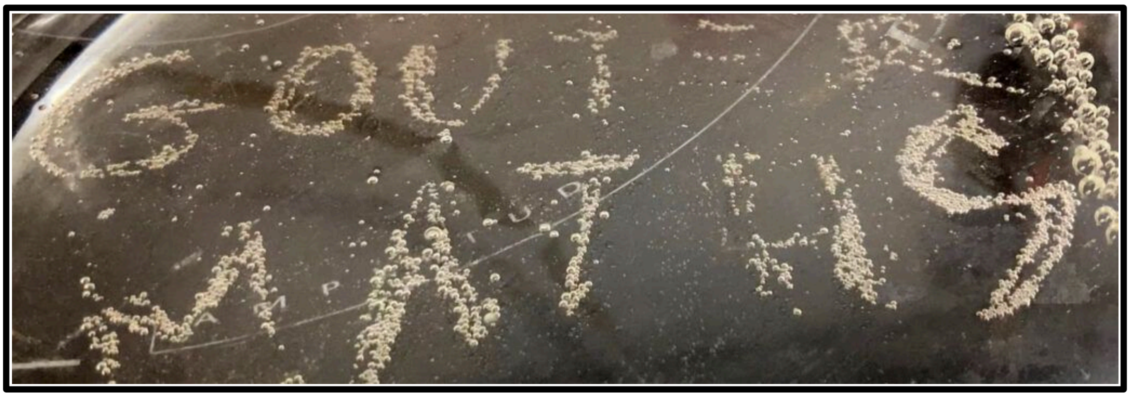
Trois approches de la même thématique sur trois sites de conférences, qui continuent tous à produire de nouvelles conférences chaque année :

Pour aller plus loin
François Graner à *l'Espace des Sciences de Rennes* avec une approche axée sur la recherche.

Pour aller plus loin
Florence Élias, Camille Gaulon et toujours *François Graner* dans les *Conférences expérimentales* de l'ESPCI, avec une approche axée sur la recherche. Malheureusement, les conférences expérimentales ne sont pas systématiquement enregistrées et diffusées, mais elles restent toujours expérimentales, ce qui en fait un grand attrait, contrairement aux deux autres, plus classiques habituellement (c'est-à-dire accompagnées d'un seul powerpoint).

Pour aller plus loin
Olivier Druet dans le cycle *Un texte, un mathématicien*, avec une approche plus mathématique.





8 - Message en bulles éphémères

Vous avez probablement remarqué que, dans un verre, les bulles semblent souvent naître d'un point fixe. Ces bulles de dioxyde de carbone (CO_2), dissous dans le liquide, forment des colonnes verticales qui montent le long des parois du verre, comme si elles émergeaient toutes d'un même endroit pour atteindre la surface.

À la base de chaque colonne de bulles, on trouve une minuscule particule de matière, souvent invisible, qui agit comme un déclencheur, connu sous le nom de sites de nucléation. Pour des raisons liées à la physique des interfaces, ces particules microscopiques capturent le CO_2 dissous, permettant ainsi la formation et la libération des bulles.

Mettons à profit ce phénomène pour faire naître des bulles là où l'on souhaite. Dans un verre à fond plat, on va créer des sites de nucléation aux endroits désirés.

Étape optionnelle : remplir le verre de gélatine mélangée à un peu d'eau puis renverser. Laisser sécher.

Remplir ensuite le récipient d’eau gazeuse, comme de la limonade. Avec la pointe d’un couteau, gratter le fond, ce qui va générer des sites de nucléation auxquels les bulles s’accrocheront.

Élaborer une interface entre la bulle naissante et le liquide, de manière générale, implique de briser des liaisons intermoléculaires du liquide à la surface, ce qui exige un apport d'énergie proportionnel à la surface générée. Le coefficient de proportionnalité, connu sous le nom de tension superficielle σ est relié à l'augmentation de la surface et de l'énergie selon la relation : $dE=\sigma dS$

La loi de *Laplace-Young* établit une relation entre la différence de pression à l'intérieur et à l'extérieur d'une bulle. Cette différence de pression, notée $\Delta P=(Pint-Pext)$, est proportionnelle à la tension de surface σ et inversement proportionnelle au rayon de courbure R de la bulle. La relation s'exprime ainsi : $\Delta P=2\sigma/ R$

Son énergie à minimiser est :

$$\Delta E=\sigma\Delta S - \Delta V\, Energie_{volumique} = \sigma.4\pi.R^2 - \frac{4}{3}\pi.R^3\,.Energie_{volumique}$$

L’énergie du système suit une loi en $\sigma R^2 - \frac{\alpha}{3}R^3$, faisant ainsi apparaître une barrière énergétique à franchir pour permettre la croissance de la bulle. Il existe donc un rayon critique à partir duquel la bulle va croître en dérivant, soit $R_C \propto 2\sigma$.

L’interface avec le verre produit moins de tension (puisqu'une goutte de liquide formera une lentille aplatie sur le verre, ou puisqu'on a un ménisque dans un verre). Les forces d'adhésion (entre les molécules d'eau et le verre) sont plus fortes que les forces de cohésion (entre les molécules d'eau elles-mêmes). Ainsi, les bulles ont tendance à se former au bord de la paroi, et même mieux dans un creux.

Les bulles grandissent alors jusqu'à devenir assez grosses pour préférer s'élever plutôt que de rester accrochées. À cet instant, les forces s'égalisent entre la poussée d’*Archimède* sur la bulle ($F_{Archime}=\rho_{liquide}\cdot g\cdot V$, avec $V=4/3\ \pi\ r^3$) et la différence de tension superficielle à l'interface entre la bulle et la surface du site de nucléation par rapport à l'eau ($\Delta P=2\gamma/r$).

Cela devrait fonctionner aussi avec des boissons alcoolisées pétillantes. Pour rappel, ces boissons alcoolisées sont obtenues à partir de boissons fruitées et donc sucrées, dans lesquelles on a ajouté un peu de levure. Les levures consomment le sucre et produisent de l'alcool, un peu comme le pipi. Voici la réaction :

$$C_6H_{12}O_6 \Rightarrow 2\ C_2H_5OH + 2\ CO_2$$

Glucose Éthanol dioxyde de carbone

D'ailleurs, *glucose* provient du grec ancien γλεῦκος / gleukos, qui désignait les vins doux. C'est dire si l'on sait depuis longtemps les méfaits du glucose.

Mais comment les atomes de carbone, d'hydrogène et d'oxygène sont-ils arrangés dans la molécule ?

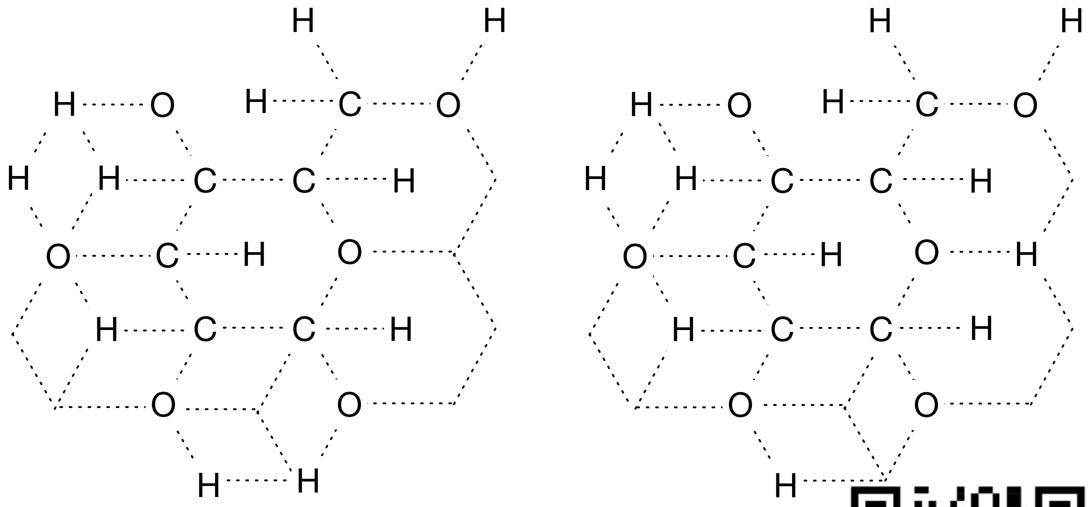
Voici une grille et un jeu inspiré du MOLEKULARIS (jeu créé par *Alexander Thomas*).

Le but de l'énigme est de relier entre deux atomes voisins, avec zéro à trois liaisons, c'est-à-dire des traits, de sorte que les conditions suivantes soient vérifiées :

- 1. Le nombre de liaisons d'un atome H, O, N et C doit être respectivement 1, 2, 3 et 4.

- 2. À la fin, chaque atome doit être atteignable à partir de n'importe quel autre par au moins une suite de liaisons.

Voici deux grilles de jeu représentant deux configurations du glucose.



Si vous avez aimé le jeu, retrouvez de nombreuses grilles et Variantes en suivant ce QR code : http://molekularis.free.fr. La réponse se trouve dans un chapitre un peu plus loin.

Index

Légende des couleurs :

Concepts mathématiques ou physiques
Cuisine, nature
Personnes
Vulgarisation, musées, spectacles, vidéos …
Géographie